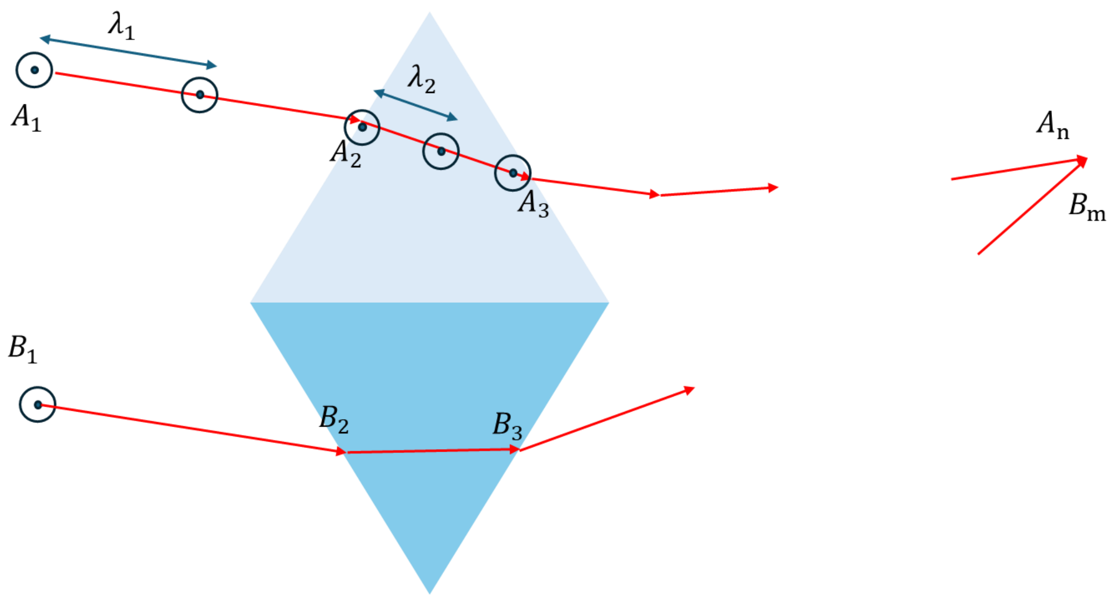
Interférences lumineuses

1) Schéma général du problème

Considérons deux points A_1 et B_1 de l'espace en lesquels les vibrations du champ électromagnétique associé à une onde électromagnétique sont en phase (par exemple deux points confondus).

Considérons deux chemins différents représentés par des rayons lumineux, suivis par cette onde et se recoupant en un même point.



Les deux chemins ont la forme d'une ligne brisée, $A_1, \dots, A_n$ pour le premier et $B_1, \dots, B_m$ pour le second (avec $A_n = B_m$). Sur chaque segment $[A_i, A_{i+1}]$ la lumière se propage dans un milieu transparent homogène d'indice de réfraction n_i pour la fréquence considérée (ou la période T *), à la vitesse v_i et sa longueur d'onde dans le milieu est λ_i telle que :

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_i = v_i\, T}}$$

(*) On rappelle que la fréquence et la période ont la même valeur dans chaque milieu)

Sachant :

$$\boxed{\boldsymbol{n_i = \frac{c}{v_i}}}$$

c étant la célérité de l'onde dans le vide pour lequel sa longueur d'onde est notée λ_0 et vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_0 = c\, T}}$$

On en déduit :

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_i = \frac{\lambda_0}{n_i}}}$$

Sur le second chemin, l'indice sera noté ${n'}_i$ sur $[B_i, B_{i+1}]$, la longueur d'onde ${\lambda'}_i$ et la vitesse ${v'}_i$

Nous supposerons dans un premier temps que le passage d'un segment au suivant sur une ligne brisée est le seul fait d'une réfraction (s'il y a des réflexions il faut apporter une correction à cette démarche)

2) <u>**Calcul du temps de parcours de l'onde sur les deux chemins**</u>

Sur le premier chemin, la durée de parcours Δt de l'onde entre le point A_1 et le point A_n est égale à la somme des durées pour parcourir chaque segment de la ligne brisée, soit :

$$\Delta t = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{A_i A_{i+1}}{v_i} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^{n-1} n_i \, A_i A_{i+1}$$

On définit alors la notion de <u>**chemin optique**</u> associé à un trajet de la lumière selon une ligne brisée comme étant la quantité :

$$\boxed{\boldsymbol{L_{A_1 A_n} = \sum_{i=1}^{n-1} n_i \, A_i A_{i+1}}}$$

La durée de parcours s'écrit alors sous la forme :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta t = \frac{L_{A_1 A_n}}{c}}}$$

Sur le second chemin, la durée de parcours s'écrit de façon analogue :

$$\Delta t' = \frac{L_{B_1 B_m}}{c}$$

où on a défini le chemin optique associé à ce second trajet :

$$L_{B_1 B_m} = \sum_{i=1}^{m-1} {n'}_i \, B_i B_{i+1}$$

Nous pouvons alors exprimer la différence de durée en valeur absolue :

$$\boxed{\boldsymbol{|\Delta t - \Delta t'| = \frac{\left|L_{A_1 A_n} - L_{B_1 B_m}\right|}{c}}}$$

On appelle alors <u>**différence de marche**</u> la quantité égale à la différence entre les deux chemins optiques en valeur absolue, soit :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta = \left|L_{A_1 A_n} - L_{B_1 B_m}\right|}}$$

La différence de durée devient :

$$\boxed{\boldsymbol{|\Delta t - \Delta t'| = \frac{\delta}{c}}}$$

3) Condition d'interférences constructives et destructives

Si les vibrations provenant au point de concours des deux trajets $A_n = B_m$ sont en phase alors en ce point, les amplitudes des deux parties de l'onde ayant pris des chemins différents s'ajoutent. On dit que l'onde produit des **interférences constructives**

Si, en revanche, les vibrations sont en opposition de phase, alors en ce point la vibration résultante a une amplitude égale à la différence d'amplitude en valeur absolue entre les deux parties de l'onde. On dit que l'onde produit des **interférences destructives**.

La condition pour qu'un onde produise des interférences constructives est que la différence de durée sur les deux chemins soit égale à un nombre entier de périodes, soit :

$$|\Delta t - \Delta t'| = k\,T = k\,\frac{\lambda_0}{c}\,, k \in \mathbb{N}$$

Ce qui s'écrit encore :

$$\frac{\delta}{c} = k\,\frac{\lambda_0}{c}$$

On obtient ainsi la règle :

Une onde produit par deux trajets différents des interférences constructives si la différence de marche entre les deux trajets est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, soit encore un nombre pair de demi-longueurs d'onde, soit :

$$\boldsymbol{\delta = k\,\lambda_0 = 2\,k\,\frac{\lambda_0}{2},\ \ k} \in \mathbb{N}$$

La condition pour qu'une onde produise des interférences destructives est que la différence de durée sur les deux chemins soit égale à un nombre impair de demi-périodes, soit :

$$|\Delta t - \Delta t'| = (2\,k + 1)\,\frac{T}{2} = (2\,k + 1)\,\frac{\lambda_0}{2\,c}\,, k \in \mathbb{N}$$

ce qui s'écrit encore :

$$\frac{\delta}{c} = (2\,k + 1)\,\frac{\lambda_0}{2\,c}$$

On obtient ainsi la règle :

Une onde produit par deux trajets différents des interférences destructives si la différence de marche entre les deux trajets est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, soit :

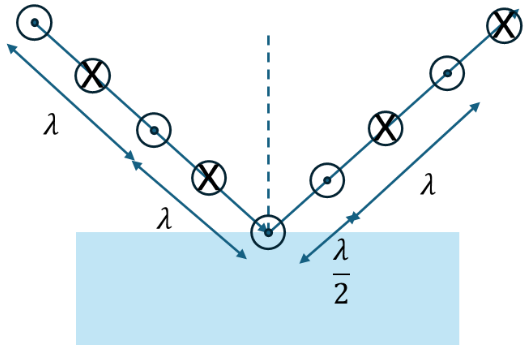
$$\boldsymbol{\delta = (2\,k + 1)\,\frac{\lambda_0}{2},\ \ k} \in \mathbb{N}$$

4) Problème posé par la réflexion

Si dans la ligne brisée, il y a un passage d'un segment au suivant dû à une réflexion, alors il faut envisager deux cas :

Premier cas : Le milieu dans lequel se fait la réflexion a un indice de réfraction moins élevé que le milieu dans lequel il y aurait réfraction (Par exemple, réflexion dans l'air sur un miroir)

Dans ce cas le rayon réfléchi est au point de réflexion en opposition de phase avec le rayon incident, comme illustré sur la figure.



Cela modifie alors le raisonnement en ce sens que pour obtenir des interférences constructives, il faut, s'il n'y a qu'une seule réflexion de ce type, que la différence des durées en valeur absolue soit égale à un nombre impair de demi-périodes, et pour des interférences destructives, un nombre pair.

Cela se traduit par des conclusions inversées sur la différence de marche.

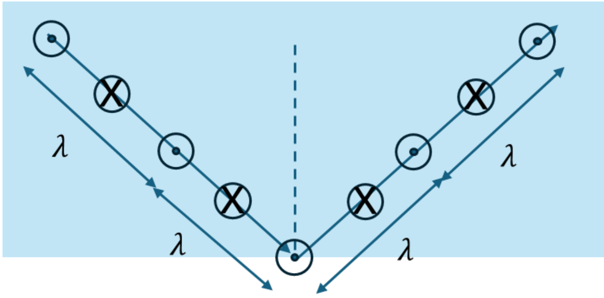
Afin de ne pas créer une règle nouvelle, on convient d'enlever (ou d'ajouter) au chemin optique une demi-longueur d'onde $\frac{\lambda_0}{2}$ pour chaque réflexion de ce type.

Si par exemple, une seule réflexion de ce type a eu lieu sur le premier chemin, alors le chemin optique devient :

$$\boxed{L_{A_1A_n} = \sum_{i=1}^{n-1} n_i\, A_iA_{i+1} - \frac{\lambda_0}{2}}$$

Second cas : Le milieu dans lequel se fait la réflexion a un indice de réfraction plus élevé que le milieu dans lequel il y aurait réfraction.

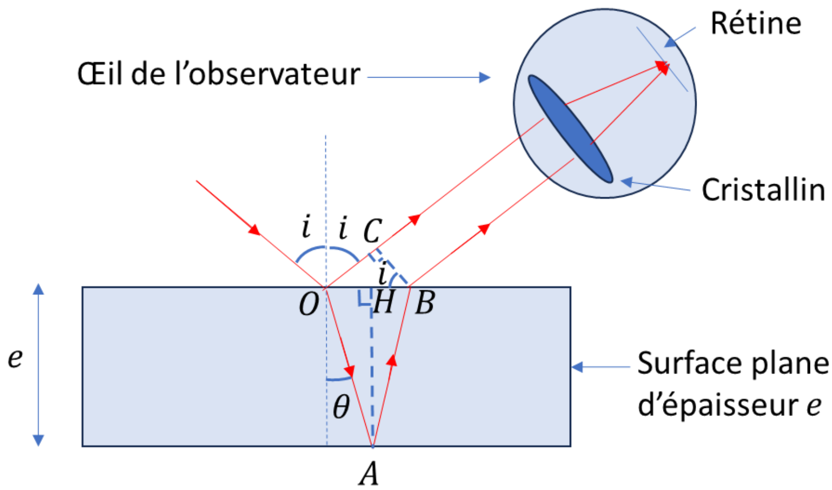
Dans ce cas le rayon réfléchi est au point de réflexion en phase avec le rayon incident, comme illustré sur la figure et on applique les mêmes règles que précédemment (vues en 3).



5) Interférences produites par une fine couche réfléchissante

Un faisceau de lumière incident monochromatique, se propageant dans l'air et formé de rayons parallèles atteignant une couche plane d'épaisseur e se réfléchit pour partie sur sa surface supérieure, et pour une autre partie, se transmet par réfraction dans la couche puis se réfléchit sur la surface inférieure avant de se réfracter à nouveau dans l'air et d'être capté par l'œil d'un observateur.

Isolons un rayon incident, parvenant sur la surface supérieure en un point O sous un angle d'incidence i. Il génère un premier rayon réfléchi sous le même angle i et un rayon réfracté sous un angle θ dans la couche qui est un milieu d'indice n pour la longueur d'onde considérée. Puis le rayon réfracté génère un second rayon réfléchi sur la surface inférieure en un point A, ce rayon se réfractant dans l'air en un point B sous l'angle i.



La différence de marche entre les deux trajets $[O, A, B]$ et $[O, C]$ est :

$$\boldsymbol{\delta = n\,(OA + OB) - n_{air}\,OC + \frac{\lambda}{2}}$$

A noter le retrait d'une demi longueur d'onde sur le second chemin pour lequel il y a une réflexion dans l'air face à un milieu d'indice plus élevé.

Explicitons alors cette différence de marche grâce à des relations géométriques :

$$cos(\theta) = \frac{e}{OA}, \quad sin(i) = \frac{OC}{OB}, \quad OB = 2\,OH, \;\; sin(\theta) = \frac{OH}{OA}$$

La loi de la réfraction de Snell-Descartes donne également :

$$n_{air}\; sin(i) = n\; sin(\theta)$$

On en tire :

$$\delta = 2\,n\,OA - n_{air}\,OC + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2\,n\,OA - n_{air}\,OB\;sin(i) + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2\,n\,OA - 2\,n_{air}\,OA\;sin(\theta)\;sin(i) + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2\,n\,OA - 2\,n\,OA\;sin(\theta)\;sin(\theta) + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2\,n\,OA\left(1 - sin^2(\theta)\right) + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2\,n\,OA\;cos^2(\theta) + \frac{\lambda}{2}$$

Soit finalement :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta = 2\,n\,e\;cos(\theta) + \frac{\lambda}{2}}}$$

6) Application à l'iridescence observée sur les ailes de certains insectes

L'iridescence est le phénomène par lequel les ailes de mouches, de libellules ou de certains papillons semblent changer de couleur selon l'angle d'observation.

Pour le type de papillon morpho, les écailles recouvrant les ailes peuvent être considérées comme une couche mince transparente d'indice de réfraction $n = 1{,}5$ d'épaisseur $e = 0{,}085\;\mu m = 85\;nm$. Pour expliquer ce phénomène, on peut reprendre l'analyse précédente et, en supposant l'indice de réfraction à peu près constant sur la plage de longueurs d'onde observées, on peut évaluer quelles longueurs d'onde conduisent à des interférences constructives. La condition est :

$$2\,n\,e\;cos(\theta) + \frac{\lambda}{2} = 2\,k\,\frac{\lambda}{2}, \;\; k \in \mathbb{Z}$$

Soit :

$$2\,n\,e\;cos(\theta) = (2\,k - 1)\,\frac{\lambda}{2}$$

D'où :

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{4\,n\,e\,cos(\theta)}{2\,k-1} = \frac{4\,\times 1,5 \times 85\,\times\,cos(\theta)}{2\,k-1} = \frac{510\;\,cos(\theta)}{2\,k-1}\;nm,\qquad k} \in \mathbb{N}^*$$

Or :

$$n\,sin(\theta) = n_{air}\,sin(i)$$

Donc :

$$\theta = Arcsin\left(\frac{n_{air}\,sin(i)}{n}\right)$$

L'angle d'incidence pouvant varier entre 0° et 90°, θ varie entre un angle $\theta_{min} = 0$ correspondant à $i = 0°$ (incidence normale) et un angle θ_{max} défini par une incidence rasante de 90° :

$$\theta_{max} = Arcsin\left(\frac{n_{air}\,sin(90°)}{n}\right) = Arcsin\left(\frac{n_{air}}{n}\right) = Arcsin\left(\frac{1{,}0}{1{,}5}\right) \approx 41{,}8°$$

Pour $\theta = 0$, les longueurs d'onde donnant des interférences constructives sont donc :

$$\lambda = \frac{510}{2\,k-1}\;nm,\qquad k \in \mathbb{N}^*$$

et il n'y en a qu'une dans le domaine visible qui est :

$$\lambda = 510\,nm$$

ce qui correspond à la couleur cyan.

Pour $\theta = 41{,}8°$, les longueurs d'onde donnant des interférences constructives sont donc :

$$\lambda = \frac{510\,cos(41{,}8°)}{2\,k-1} = 380\;\;nm$$

et elle se trouve dans le domaine des ultra-violet à la frontière du visible

Les couleurs observées iront donc du cyan au violet selon l'angle d'observation

Voilà une photo d'un papillon morpho montrant le phénomène :

Une autre situation où apparait le phénomène d'iridescence est celui des bulles de savon, du carburant formant sur l'eau une fine couche, ou bien des CD