Activité : Caractéristiques de la loi de la chute libre

1) Introduction-rappels

Rappelons qu'il a été vérifié de façon expérimentale que tous les corps chutent de la même façon dans le vide quand on se trouve au voisinage de la Terre (en restant par exemple dans la troposphère, qui est la couche d'atmosphère s'étendant environ sur une dizaine de kilomètres au-dessus de la surface de la Terre, la couche suivante étant la stratosphère.). Il en est de même à la surface de n'importe quel astre, la Lune par exemple et même en n'importe quel lieu de l'espace pourvu que l'on considère une durée de chute suffisamment courte.

Sur Terre, nous avons établi dans une précédente activité, par chronophotographie de la chute d'une balle de golf, la loi mathématique entre hauteur h en mètres et durée de chute t en secondes :

$$h \approx 5\,t^2$$

Des mesures chronophotographiques plus précises avec une durée entre deux clichés inférieure à 1/30 s donnant des images plus nettes des positions de la balle conduit à une loi :

$$\boldsymbol{h = 4,905\,t^2}$$

2) Vers une notion de vitesse instantanée

Connaissant la hauteur sur laquelle chute un objet lâché sans vitesse initiale dans le vide pendant une durée de t secondes, on se propose de déterminer à cet instant t la vitesse de l'objet. Pour cela, nous allons commencer par établir cette notion pour $t = 1\ s$ autrement dit répondre à la question : **quelle est la vitesse de l'objet au bout d'une seconde de chute ?**

La réponse à cette question suppose définir ce que l'on entend par vitesse. On sait tout d'abord définir une **vitesse moyenne** entre deux instants t_1 et t_2 comme étant le quotient de la distance d parcourue par la durée du parcours $\Delta t = t_2 - t_1$. Soit mathématiquement :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t}$$

Mais si on veut définir une vitesse à un instant donné, comme au bout d'une seconde de chute, on parle de **vitesse instantanée** et il faut définir ce concept proprement. Pour commencer, vous allez calculer la vitesse entre l'instant t_1 correspondant à 1 seconde de chute et un instant t_2 ultérieur très proche du premier qu'on peut écrire sous forme $t_2 = 1 + \Delta t$ et où Δt sera pris très petit.

Prenons un exemple avec $\Delta t = 0{,}1\ s$, on a $t_2 = 1 + 0{,}1 = 1{,}1\ s$. On se propose alors de définir la vitesse instantanée comme étant la vitesse moyenne entre ces deux instants très proches et pour cela il nous faut connaitre la distance parcourue pendant cette durée Δt. On l'obtient grâce à la loi de la chute libre car, en utilisant la notation mathématique de fonction $h(t) = 4{,}905 \times t^2$:

Au bout de $t_1 = 1\ s$ de chute, la hauteur de chute est :

$$h(1) = 4{,}905 \times 1^2 = 4{,}905\ m$$

Au bout de $t_2 = 1{,}1\ s$ de chute, la hauteur de chute est :

$$h(1{,}1) = 4{,}905 \times\ 1{,}1^2 = 5{,}93505\ m$$

La distance parcourue entre ces deux instants est donc :

$$d = 5{,}93505 - 4{,}905 = 1{,}03005\ m$$

La vitesse moyenne entre ces deux instants est alors :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1{,}03005}{0{,}1} = 10{,}3005\ m/s$$

Nous sommes donc tentés de penser que la vitesse instantanée au bout d'une seconde de chute est d'environ $10{,}3\ m/s$ mais quelque chose nous gêne, car nous savons intuitivement que sur cette durée, si faible soit elle, l'objet s'est mis à accélérer. D'ailleurs si nous refaisons le même calcul mais pour une durée $\Delta t = 0{,}5\ s$ nous obtenons :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{h(1{,}5) - h(1)}{0{,}1} = \frac{4{,}905 \times\ 1{,}5^2 - 4{,}905 \times\ 1^2}{0{,}1} = 12{,}2625\ m/s$$

Et nous obtenons une valeur supérieure pour la vitesse moyenne. Alors que faire ?

En fait, vous allez observez que, plus vous prenez Δt petit, plus la valeur de la vitesse moyenne se rapproche d'une valeur fixe que l'on appelle vitesse instantanée. Pour cela, complétez le tableau ci-dessous en notant que la vitesse moyenne se calcule avec la formule :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{h(1 + \Delta t) - h(1)}{\Delta t} = \frac{4{,}905 \times\ (1 + \Delta t)^2 - 4{,}905 \times\ 1^2}{\Delta t}$$

$\Delta t\ (s)$	0,5	0,1	0,05	0,01	0,001
$v_{moy}\ (m/s)$	12,2625	10,3005			

<u>Conseil</u> : si vous savez utiliser Excel, vous pouvez créer ce tableau sous Excel et employer des formules, sinon faites chaque calcul à la calculette et laissez 4 chiffres après la virgule.

Ceci étant fait, vous allez voir maintenant que vous pouvez calculer la vitesse instantanée v après une durée de chute de t secondes en faisant tout simplement de l'algèbre. En effet, la vitesse moyenne entre les instants t et $t + \Delta t$ s'exprime sous une forme mathématique simple :

La distance parcourue entre les deux instants est :

$$d = h(t + \Delta t) - h(t) = 4{,}905 \times\ (t + \Delta t)^2 - 4{,}905 \times\ t^2$$

Factorisez cette expression au maximum (en utilisant une identité remarquable notamment) et déduisez en une forme réduite de cette distance :

$$d =$$

Donner alors l'expression formelle de la vitesse moyenne en fonction de t et Δt :

$$v_{moy} = \frac{d}{\Delta t} =$$

Obtenez la vitesse instantanée à l'instant t en supprimant Δt devant t puisqu'en prenant Δt de plus en plus petit il va se rapprocher de 0 tandis que t conserve la valeur considérée.

Représentez graphiquement la vitesse instantanée en fonction de la durée de chute et répondez à la question : Qu'il y a-t-il de remarquable entre les deux grandeurs ?

On définit alors un concept d'accélération moyenne entre deux instants t_1 et t_2 de façon analogue à celui de vitesse moyenne comme étant le quotient de l'augmentation de vitesse entre ces deux instants par la durée écoulée entre ces deux instants $\Delta t = t_2 - t_1$. Soit mathématiquement :

$$a_{moy} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta t}$$

Calculer l'accélération moyenne entre deux instants quelconques du mouvement de chute libre et montrer qu'elle ne dépend pas de ces deux instants.

Cette accélération est notée $\boldsymbol{g}$ et appelée **accélération de la pesanteur ou encore intensité de pesanteur**. Sa valeur dépend du lieu où on se trouve. Ainsi sur la Lune, l'intensité de pesanteur est environ 5 fois plus faible que sur Terre, ce qui explique qu'un marteau que l'on lâche, y tombe plus lentement que sur Terre. g dépend également du lieu où on en fait la mesure sur Terre et plus précisément de la latitude de ce lieu car la rotation de la Terre autour de son axe des pôles génère une force centrifuge comme sur un manège.

Répondez à la question :

g est-il plus élevé à Paris ou à l'équateur ?

On montre par les lois relatives à la gravitation universelle ou on observe par mesure que g décroit avec l'altitude mais ne perd 1% de sa valeur qu'à 32 km d'altitude, soit en pleine stratosphère. Sa valeur, considérée avec seulement deux chiffres significatifs est de 9,8 m/s/s soit la même qu'à la surface de la Terre en n'importe lequel de ces points.

Nous retiendrons :

L'intensité de pesanteur $\boldsymbol{g}$ qui est une accélération dans un mouvement de chute libre local a une valeur pratiquement constante dans toute l'atmosphère terrestre égale à environ 9,8 m/s/s

Ceci va être le point de départ pour définir un concept tel que le fit Newton, celui de force, qu'il établit dans une relation appelée seconde loi de Newton mettant en lien le concept de force avec celui d'accélération. Il en ressortira une formule liant le poids d'un objet à sa masse, ce que nous aborderons dans une prochaine activité