La fibre optique

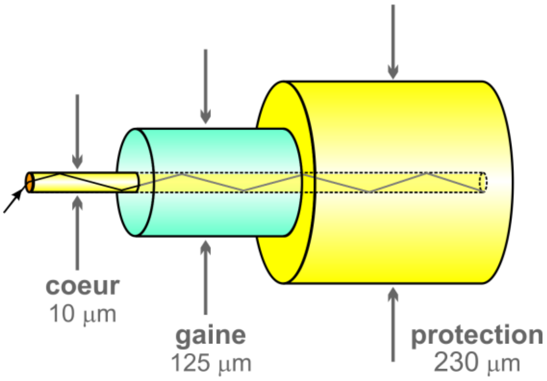

Figure 1. Eléments constitutifs d'une fibre optique

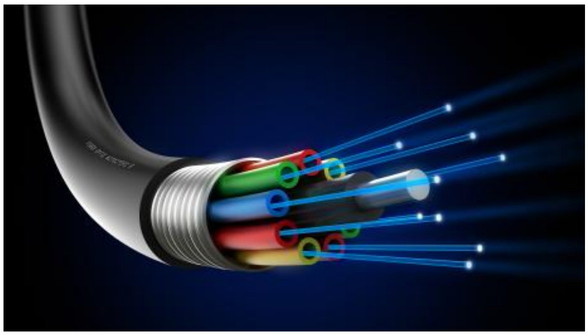

Figure 2. Faisceau de fibres optiques

Une fibre optique sert à transporter de l'information en guidant des impulsions lumineuses. Elle est constituée d'un cœur d'indice de réfraction $n_c = 1{,}50$ et d'une gaine d'indice $n_g = 0{,}99\, n_c$ (voir figure 1). L'indice du cœur est supérieur à celui de la gaine. Pour que la lumière soit guidée dans le cœur de la fibre, il doit y avoir réflexion totale sur le dioptre cœur /gaine. Ceci est possible si l'angle d'incidence sur la face d'entrée, noté φ, est inférieur à une valeur limite φ_{lim}. Ce nombre est appelé ouverture numérique de la fibre. La lumière qui peut être guidée par la fibre doit donc provenir d'un cône appelé cône d'acceptance de la fibre.

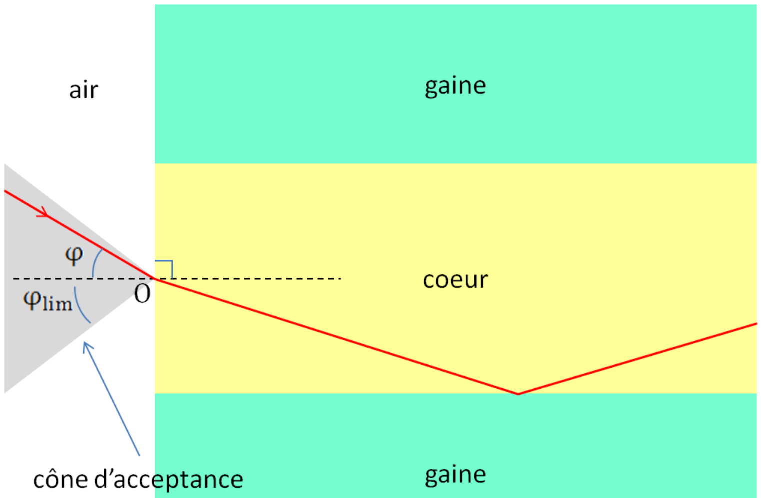

Figure3. Vue en coupe d'une fibre optique

On considère un rayon se présentant sur la face d'entrée en son centre O avec un angle d'incidence φ supérieur ou égal à φ_{lim} donc tel que le premier rayon réfracté dans le cœur de la fibre se réfracte à nouveau sur le dioptre cœur /gaine en un point noté I (voir figure 3). On note α l'angle de réfraction au point O, i l'angle d'incidence au point I de seconde réfraction et r l'angle de réfraction en ce même point. L'indice de réfraction de l'air sera pris égal à 1.

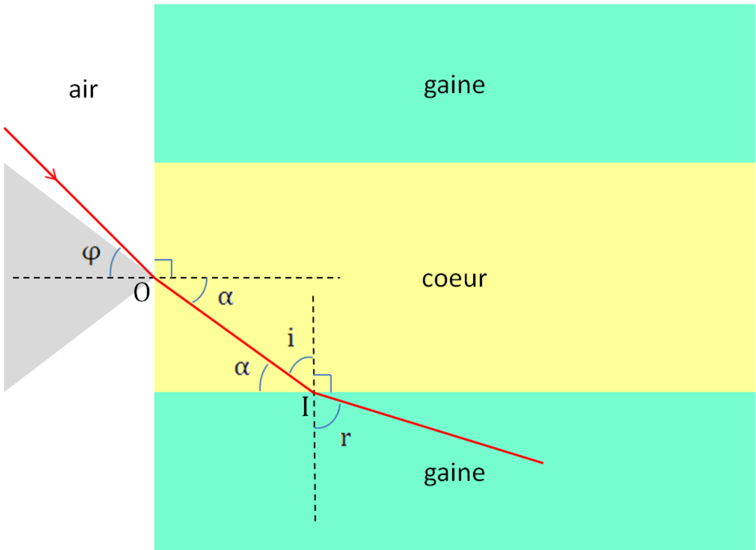

Figure3. Calcul de l'ouverture du cône d'acceptance

1) Exprimer la relation entre l'angle φ, l'angle α et l'indice de réfraction $\mathrm{n_c}$.
2) Exprimer la relation géométrique entre l'angle α et l'angle i.
3) Exprimer la relation entre l'angle i, l'angle r et les indices de réfraction $\mathrm{n_c}$ et $\mathrm{n_g}$.
4) On se place maintenant dans le cas limite où $\varphi = \varphi_{\mathrm{lim}}$. L'angle de réfraction r est alors égal à 90°. En notant que sin(90°) = 1, donner une valeur numérique approchée de l'angle i puis de l'angle α et en déduire une valeur approchée de φ_{lim}.
5) Etablir, à partir des relations littérales du 1) et du 2) une relation littérale entre $\sin(\varphi_{\mathrm{lim}})$, $\mathrm{n_c}$ et $\mathrm{n_g}$. On rappelle les formules de trigonométrie :
$$\sin(90° - \alpha) = \cos(\alpha)$$
$$\left(\cos(\alpha)\right)^2 + \left(\sin(\alpha)\right)^2 = 1$$
6) Un rayon ayant pénétré la fibre optique au point O dans le cône d'acceptance peut-il néanmoins finir par sortir de la fibre. Justifier par un dessin et une explication.

Correction

1) On applique la seconde loi de Snell-Descartes à l'interface air/cœur :

$$1\,\sin(\varphi) = n_c \sin(\alpha)$$

2) Les angles i et α sont complémentaires donc :

$$i = 90° - \alpha$$

3) On applique la même loi à l'interface cœur/gaine :

$$n_c \sin(i) = n_g \sin(r)$$

4) $r = 90°$ donne pour la précédente relation :

$$n_c \sin(i) = n_g$$

Soit :

$$\sin(i) = \frac{n_g}{n_c} = 0{,}99$$

On en déduit :

$$i = \sin^{-1}(0{,}99) \approx 81{,}9°$$

puis :

$$\alpha = 90° - i \approx 9{,}1°$$

et :

$$\sin(\varphi_{lim}) \approx 1{,}5 \times\approx \sin(9{,}1°) \approx 0{,}237$$

soit :

$$\varphi_{lim} \approx \sin^{-1}(0{,}237) \approx 13{,}7°$$

5) On a successivement :

$$\sin(i) = \frac{n_g}{n_c}$$

$$\cos(\alpha) = \sin(i) = \frac{n_g}{n_c}$$

$$\left(\sin(\alpha)\right)^2 = 1 - \left(\cos(\alpha)\right)^2 = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2 = 1 - \frac{{n_g}^2}{{n_c}^2} = \frac{{n_c}^2 - {n_g}^2}{{n_c}^2}$$

$$\left(\sin(\varphi_{lim})\right)^2 = {n_c}^2 \left(\sin(\alpha)\right)^2$$

$$\left(\sin(\varphi_{lim})\right)^2 = {n_c}^2\, \frac{{n_c}^2 - {n_g}^2}{{n_c}^2}$$

$$\left(\sin(\varphi_{\mathrm{lim}})\right)^2 = {n_c}^2 - {n_g}^2$$

Finalement :

$$\sin(\varphi_{\mathrm{lim}}) = \sqrt{{n_c}^2 - {n_g}^2}$$

$$\varphi_{\mathrm{lim}} = \sin^{-1}\left(\sqrt{{n_c}^2 - {n_g}^2}\right)$$

6) Un rayon, bien qu'entré dans le cône d'acceptance pourrait sortir de la fibre optique si cette dernière devient trop courbée comme l'illustre le dessin