

Etude d'une pompe à chaleur

Une pompe à chaleur extrait de la chaleur à l'air extérieur et en transfère une partie à un ballon d'eau.

On supposera les transformations réversibles et que l'air extérieur est une source de chaleur restant à la température constante $T_2 = 280\text{ K}$

En revanche, le ballon d'eau voit, après un certain nombre de cycles, sa température passer d'une valeur $T_1 = 280\text{ K}$ à $T'_1 = 320\text{ K}$

On donne :

Capacité calorifique massique de l'eau : $c_{eau} = 4185\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$

Volume d'eau dans le ballon : $V_{eau} = 1\text{ m}^3$

Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1000\text{ kg m}^{-3}$

Pour toutes les questions, on donnera une expression littérale puis on fera l'application numérique

- 1) Rappeler les différents éléments intervenant dans une pompe à chaleur ainsi que leur fonction
- 2) Exprimer la chaleur échangée δQ_1 par le fluide de la pompe à chaleur avec l'eau au cours d'un cycle, en supposant que la température de cette dernière passe de T à $T + dT$, en fonction de la masse m d'eau dans le ballon, de c_{eau} et de dT (attention au signe !).
- 3) Le fluide de la pompe à chaleur voit-il son entropie varier au cours d'un cycle et donc d'un nombre quelconque de cycles ? Justifier.
- 4) En appliquant le second principe, déterminer une relation entre la chaleur échangée δQ_2 par le fluide de la pompe à chaleur avec l'air au cours d'un cycle et δQ_1 , T_2 et T .
- 5) En déduire la chaleur totale Q_2 échangée par le fluide avec l'air au cours de la transformation en fonction de m , c_{eau} , T_2 , T_1 , T'_1
- 6) En appliquant le premier principe, déduire le travail W échangé par le fluide avec le compresseur au cours de la transformation.
- 7) Déduire le coefficient d'efficacité de cette pompe à chaleur pour cette transformation.

Correction :

- 1) Une pompe à chaleur est constituée d'une source chaude (pièce à chauffer donc recevant de la chaleur de la part du fluide caloporteur) , d'une source froide (bien souvent l'air extérieur dans le cas d'une pompe air-air ou l'eau d'un réservoir (rivière, étang, nappe phréatique dans le cas d'une pompe air-eau) qui fournit de la chaleur au fluide, d'un compresseur afin de porter le fluide à une température supérieure à celle de la source chaude et d'un détendeur afin de laisser le fluide se détendre à une température inférieure à celle de la source froide.
- 2) La chaleur échangée par le fluide avec l'eau est l'opposée de celle échangée par l'eau avec le fluide, soit :

$$\delta Q_1 = -m c_{eau} dT$$

A noter que cette quantité est de signe négatif car la température de l'eau augmente à chaque cycle donc $dT > 0$

- 3) L'entropie étant une fonction d'état et le fluide retrouvant les mêmes paramètres d'état à chaque cycle, son entropie ne varie pas (ceci n'ayant rien à voir avec le caractère réversible des transformations, il en serait de même pour une transformation non réversible)
- 4) L'application du second principe conduit, compte tenu du caractère réversible des échanges de chaleur avec les sources au raisonnement suivant :

Le fluide ne subit des variations d'entropie que pendant les phases d'échange de chaleur avec les sources chaudes et froides. Lors de l'échange avec l'eau, la variation d'entropie est

$$dS_1 = \frac{\delta Q_1}{T}$$

Lors de l'échange avec l'air :

$$dS_2 = \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

L'entropie ne variant pas au cours d'un cycle, nous avons :

$$dS_1 + dS_2 = 0$$

Soit, ce qu'on appelle égalité de Clausius :

$\frac{\delta Q_1}{T} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0$

5) De la relation précédente, on tire :

$$\delta Q_2 = -T_2 \frac{\delta Q_1}{T} = T_2 m c_{eau} \frac{dT}{T}$$

d'où on déduit par intégration :

$$Q_2 = \int_{T_1}^{T'_1} T_2 m c_{eau} \frac{dT}{T} = m c_{eau} T_2 \ln\left(\frac{T'_1}{T_1}\right)$$

On vérifie que cette quantité est bien positive car le fluide capte de la chaleur à l'air.

6) L'énergie interne étant une fonction d'état, le fluide ne subit pas de variation d'énergie interne au cours de chaque cycle. Ainsi

$$W + Q_1 + Q_2 = 0$$

où Q_1 est la chaleur échangée par le fluide avec l'eau soit :

$$Q_1 = m c_{eau} (T'_1 - T_1)$$

donc :

$$W = -Q_1 - Q_2 = m c_{eau} (T'_1 - T_1) - m c_{eau} T_2 \ln\left(\frac{T'_1}{T_1}\right)$$

$$W = m c_{eau} \left(T'_1 - T_1 - T_2 \ln\left(\frac{T'_1}{T_1}\right) \right)$$

7) Le coefficient d'efficacité de cette pompe est alors :

$$\eta = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{T'_1 - T_1}{T'_1 - T_1 - T_2 \ln\left(\frac{T'_1}{T_1}\right)}$$

Soit numériquement :

$$\eta = \frac{40}{40 - 280 \ln\left(\frac{320}{280}\right)} \approx 15$$