Les champs magnétiques tournants – Moteurs synchrones

Le but de cet exercice est de montrer le principe de base des moteurs électriques dits synchrones, notamment la génération d'un champ magnétique tournant.

<u>Première partie</u> : Champ tournant généré par des courants diphasés

On place deux bobines de telle sorte que leurs axes soient coplanaires et perpendiculaires. Les bobines sont alimentées par des courants continus de forme respective :

$$\begin{cases} I_1 = \hat{I}\cos(\omega\, t) \\ I_2 = -\hat{I}\sin(\omega\, t) = \hat{I}\cos\left(\omega\, t + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

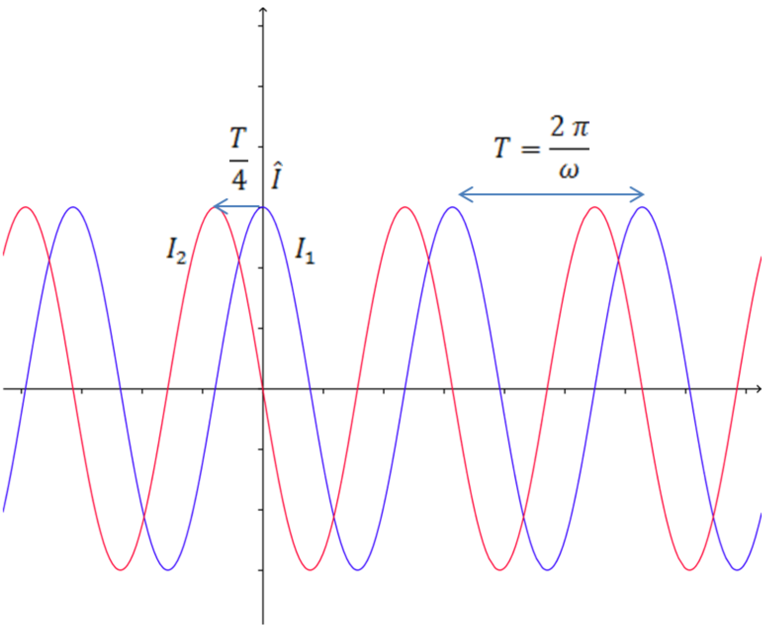
Les courants sont donc périodiques de période :

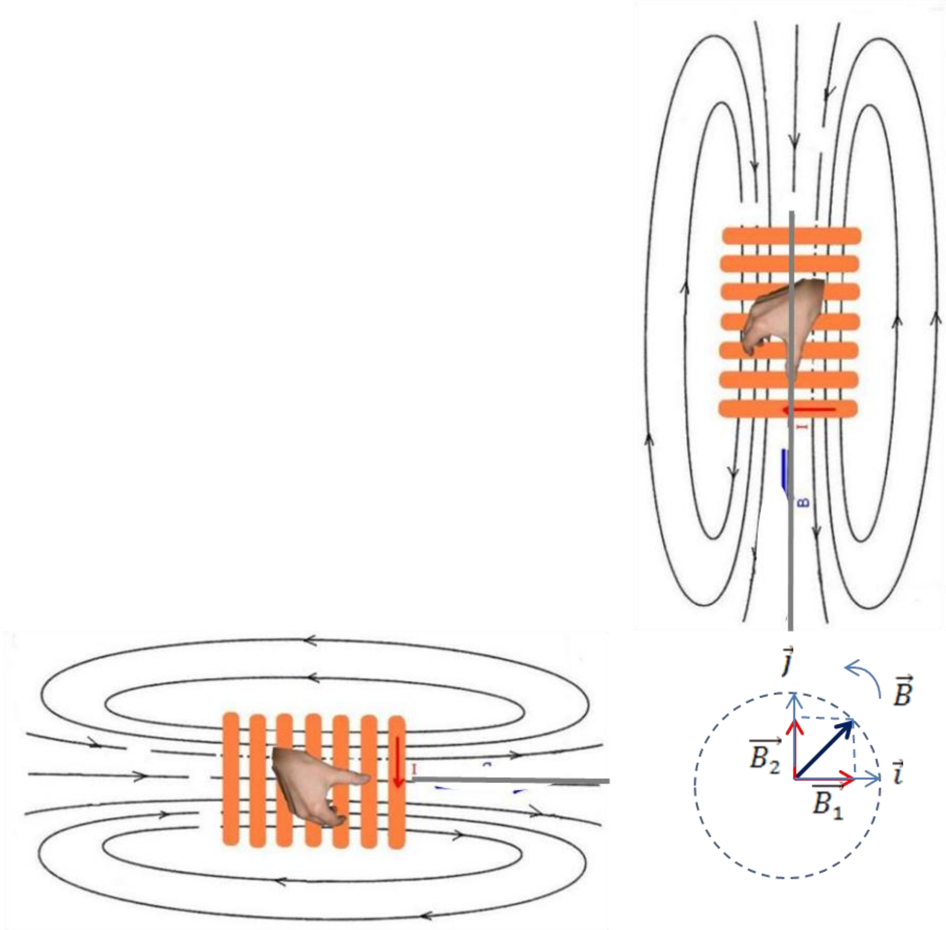
$$T = \frac{2\,\pi}{\omega}$$

Ainsi :

$$I_2(t) = I_1\left(t + \frac{T}{4}\right)$$

Les deux courants sont dits déphasés d'un quart de période, on dit encore qu'ils sont en quadrature, plus précisément la courbe représentative de I_2 étant décalée d'un quart de période sur la gauche, on dit que I_2 est en quadrature avance par rapport à I_1 car I_1 prend les mêmes valeurs que I_2 un quart de période plus tard





Les bobines génèrent en un point situé à l'intersection de leurs axes respectifs chacune des champs magnétiques respectifs de la forme, dans une base orthonormée directe $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$:

$$\begin{cases}\overrightarrow{B_1} = \hat{B}\ \ cos(\omega\, t)\,\vec{\imath} \\ \overrightarrow{B_2} = \hat{B}\ \ sin(\omega\, t)\,\vec{\jmath}\end{cases}$$

donc un champ résultant

$$\vec{B}\ = \hat{B}\ \ cos(\omega\, t)\,\vec{\imath} + \hat{B}\ \ sin(\omega\, t)\,\vec{\jmath}$$

qui est donc un champ tournant à la vitesse angulaire ω dans le sens trigonométrique et de période de rotation T et de fréquence :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\,\pi}$$

Si on place en ce point une petite aiguille aimantée, elle s'orientera à tout instant (en supposant le champ magnétique terrestre d'intensité négligeable devant celle du champ $\vec{B}$) selon la direction et le sens de $\vec{B}$ donc tournera de façon synchrone avec ce champ. C'est le principe d'un moteur synchrone.

<u>Deuxième partie</u> : Champ tournant généré par des courants triphasés

On place trois bobines de telle sorte que leurs axes soient coplanaires, concourants et forment des angles de 120°. Les bobines sont alimentées par des courants continus de forme respective :

$$\begin{cases} I_1 = \hat{I}\, cos(\omega\, t) \\ I_2 = \hat{I}\, cos\left(\omega\, t + \frac{2\,\pi}{3}\right) \\ I_2 = \hat{I}\, cos\left(\omega\, t + \frac{4\,\pi}{3}\right) = \hat{I}\, cos\left(\omega\, t - \frac{2\,\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Les courants sont donc périodiques de période :

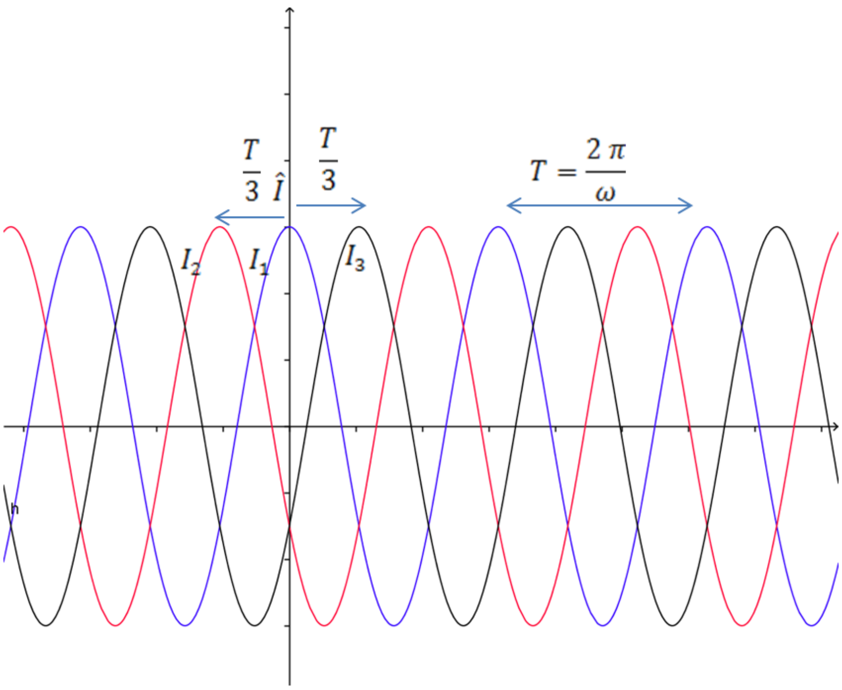
$$T = \frac{2\,\pi}{\omega}$$

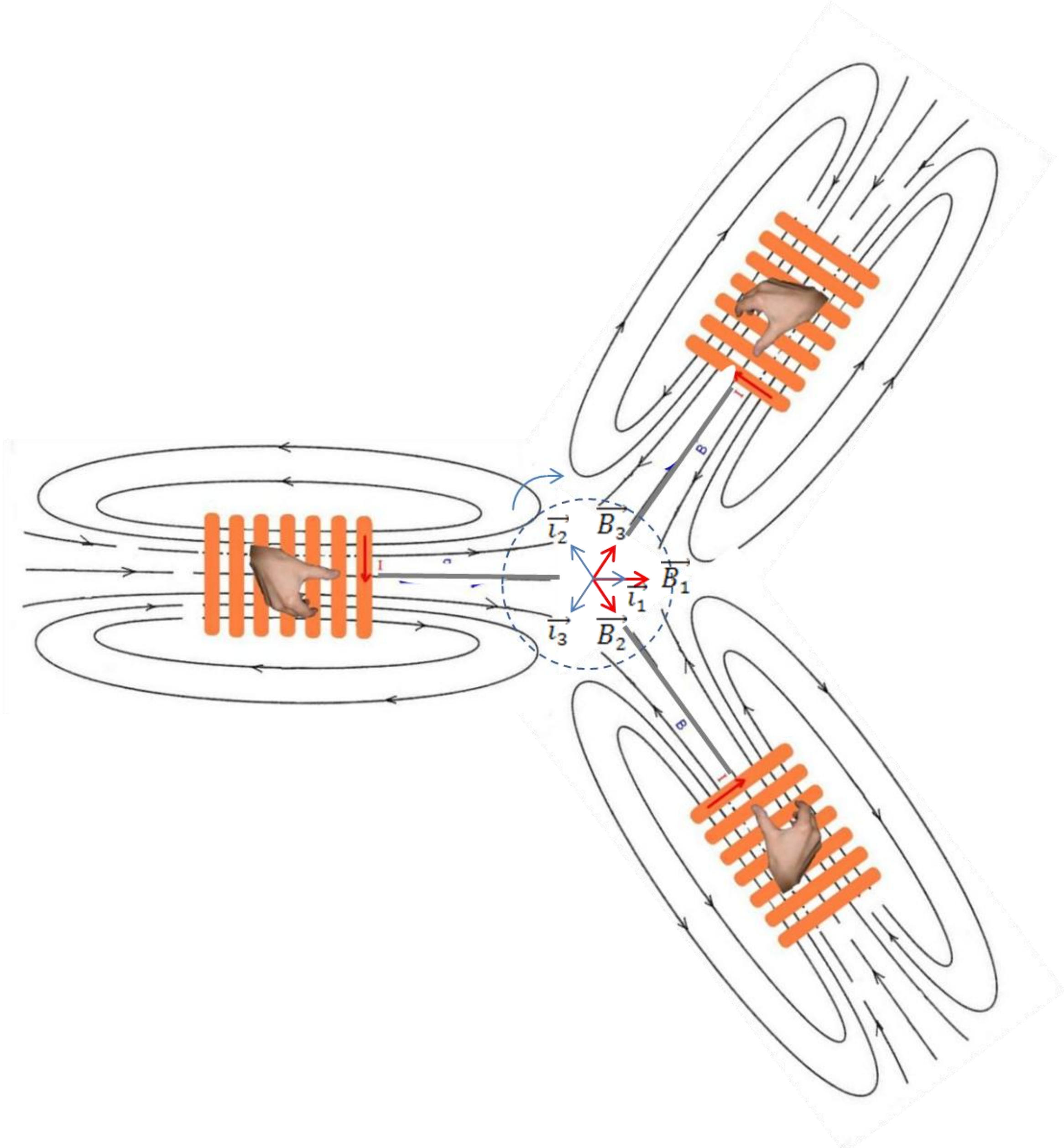
Ainsi :

$$I_2(t) = I_1\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

$$I_3(t) = I_1\left(t + \frac{2\,T}{3}\right) = I_1\left(t - \frac{T}{3}\right)$$

Le système des trois courants est dit triphasé, plus précisément I_2 est en avance sur I_1 d'un tiers de période et I_3 est en retard sur I_1 d'un tiers de période.





Sur le schéma ci-dessus ont été représenté les champs créés à l'instant $t = 0$. Les vecteurs unitaires $\overrightarrow{\iota_1}, \overrightarrow{\iota_2}$, $\overrightarrow{\iota_3}$ indiquent les orientations choisies pour la lecture des courants.

<u>Questions</u> :

1) En munissant le plan contenant les axes des bobines d'une base orthonormée directe $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$, $\vec{\imath}$ étant selon l'axe de la première bobine, montrer que le champ magnétique résultant au point d'intersection des axes des bobines est un champ tournant et en donner les caractéristiques, vitesse angulaire, période fréquence

2) Que se passera-t-il si on place au point précédent une aiguille aimantée libre de tourner autour d'un axe fixe perpendiculaire au plan précédent ?

Solution

1) Les bobines génèrent en un point situé à l'intersection de leurs axes respectifs chacune des champs magnétiques respectifs de la forme

$$\begin{cases} \overrightarrow{B_1} = \hat{B}\ \cos(\omega\, t)\, \overrightarrow{\imath_1} \\ \overrightarrow{B_2} = \hat{B}\ \cos\left(\omega\, t + \dfrac{2\,\pi}{3}\right) \overrightarrow{\imath_2} \\ \overrightarrow{B_3} = \hat{B}\ \cos\left(\omega\, t - \dfrac{2\,\pi}{3}\right) \overrightarrow{\imath_3} \end{cases}$$

donc un champ résultant

$$\vec{B} = \hat{B}\ \cos(\omega\, t)\, \overrightarrow{\imath_1} + \hat{B}\ \cos\left(\omega\, t + \frac{2\,\pi}{3}\right) \overrightarrow{\imath_2} + \hat{B}\ \cos\left(\omega\, t - \frac{2\,\pi}{3}\right) \overrightarrow{\imath_3}$$

Il est alors plus commode de travailler avec des affixes complexes. Ainsi l'a relation aux affixes s'écrit :

$$\begin{aligned} b &= \hat{B}\cos(\omega\, t) + \hat{B}\cos\left(\omega\, t + \frac{2\,\pi}{3}\right) e^{2i\frac{\pi}{3}} + \hat{B}\cos\left(\omega\, t - \frac{2\,\pi}{3}\right) e^{-2i\frac{\pi}{3}} \\ &= \hat{B}\cos(\omega\, t) + \hat{B}\left(-\frac{1}{2}\cos(\omega\, t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega\, t)\right)\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &\quad + \hat{B}\left(-\frac{1}{2}\cos(\omega\, t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega\, t)\right)\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \hat{B}\left(\cos(\omega\, t)\left(1 + \frac{1}{2}\right) - i\sin(\omega\, t) \times \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{3}{2}\hat{B}\left(\cos(\omega\, t) - i\sin(\omega\, t)\right) \end{aligned}$$

On a donc bien un champ tournant à la vitesse angulaire ω dans le sens horaire et de période :

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega}$$

et de fréquence :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\,\pi}$$

2) Une aiguille aimantée placée au point d'intersection des axes des bobines aura un mouvement de rotation en synchronisme avec le champ tournant