

Devoir : 1^{ère} Enseignement scientifique :

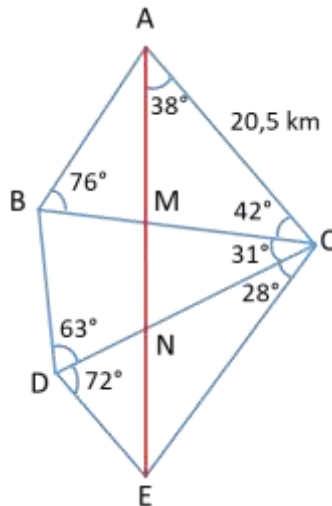
Nom :

Prénom :

Classe :

I Méthode de triangulation

On souhaite mesurer une portion de méridien terrestre [A E]. On utilise pour cela 3 triangles dont on mesure certains angles (voir figure ci-dessous) et on mesure la distance AC = 20,5 km.



- Déterminer l'angle $\widehat{AMC}$ et calculer les distances AM et MC
- Déterminer l'angle $\widehat{CMN}$ et l'angle $\widehat{MNC}$
- Calculer les distances MN et NC
- Calculer la distance NE
- En déduire la distance AE

Note : On gardera pour les résultats intermédiaires une précision de 0,01 km et pour le résultat final de 0,1 km.

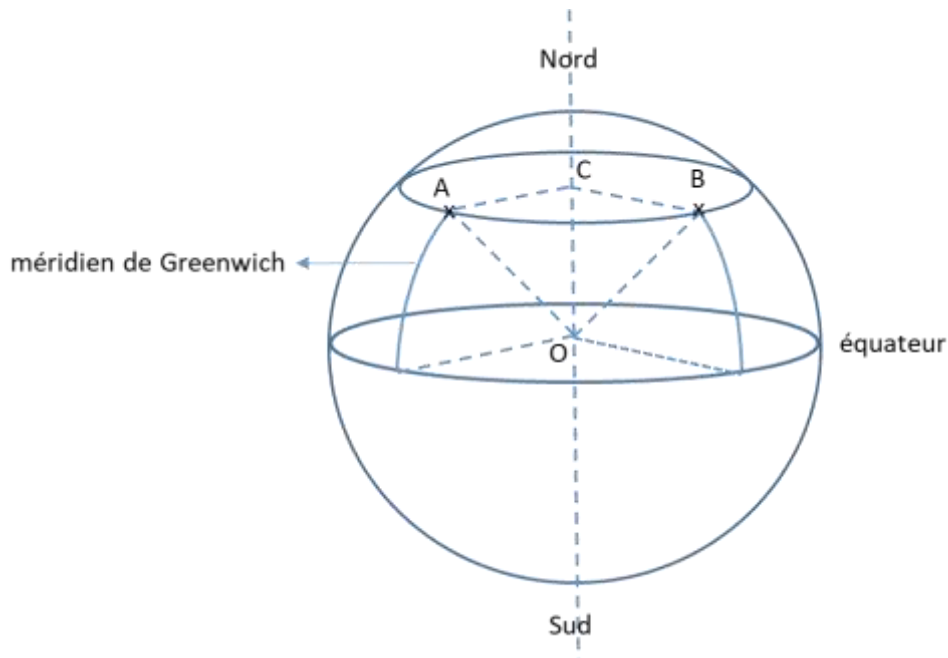
II Distances à la surface de la Terre

Ci-dessous figure un plan de Londres par districts. Le district de Greenwich porte le numéro 22. Il est à l'origine d'un méridien géographique servant de référence pour repérer la longitude d'un lieu quelconque sur Terre



Doc1 : Division de Londres en districts

On considère deux lieux situés sur un même parallèle. Un lieu nommé A situé dans le district de Greenwich et de coordonnées géographiques (longitude : $0^{\circ} 00' 00''$, latitude : $\alpha = 51^{\circ} 28' 44''$ Nord) et un lieu nommé B situé à la même latitude et à la longitude $\beta = 100^{\circ} 27' 32$ Est ''.



- 1) Expliquer pourquoi la ville de Londres est indiquée dans Wikipédia avec des coordonnées géographiques : longitude = $0^{\circ} 07' 39''$ Ouest, latitude = $51^{\circ} 30' 26''$ Nord, différentes de celles du district de Greenwich.
- 2) Représenter les angles α et β sur la figure ci-dessus
- 3) Déterminer le rayon AC du cercle parallèle de latitude α (on donne pour le rayon de la Terre : $R = 6371$ km) en donnant d'abord une formule littérale puis une valeur numérique.
- 4) En déduire la distance à parcourir pour relier A à B en suivant ce parallèle
- 5) Quel serait le plus court chemin pour relier A à B tout en restant à la surface de la Terre. Faire apparaître ce chemin sur la figure sous forme d'un arc reliant A à B.
- 6) Un hélicoptère décolle du point A et prend un cap à l'Ouest. Il vole pendant 4 heures à la vitesse de 250 km/h et atterrit en un point D.
 - a) Déterminer la distance qu'il a parcourue
 - b) Déterminer le périmètre du cercle parallèle passant par A et porter sur la figure ci-dessus le point D
 - c) Déterminer les coordonnées géographiques (longitude, latitude) du point D avec une précision d'une minute d'arc.

Corrigé

I a) On se place dans le triangle AMC

On utilise le fait que la somme des angles est égale à 180° :

$$\widehat{AMC} = 180^\circ - (38^\circ + 42^\circ) = 100^\circ$$

On applique alors la propriété des sinus :

$$\frac{AM}{\sin(42^\circ)} = \frac{MC}{\sin(38^\circ)} = \frac{AC}{\sin(100^\circ)}$$

On déduit :

$$AM = \frac{AC \times \sin(42^\circ)}{\sin(100^\circ)} = \frac{20,5 \times \sin(42^\circ)}{\sin(100^\circ)} = 13,93 \text{ km}$$

$$MC = \frac{AC \times \sin(38^\circ)}{\sin(100^\circ)} = \frac{20,5 \times \sin(38^\circ)}{\sin(100^\circ)} = 12,82 \text{ km}$$

b) Les angles $\widehat{CMN}$ et $\widehat{CMA}$ sont supplémentaires donc :

$$\widehat{CMN} = 180^\circ - \widehat{CMA} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

et dans le triangle MNC :

$$\widehat{MNC} = 180^\circ - (80^\circ + 31^\circ) = 69^\circ$$

c) On applique encore alors la propriété des sinus :

$$\frac{MN}{\sin(31^\circ)} = \frac{NC}{\sin(80^\circ)} = \frac{MC}{\sin(69^\circ)}$$

On déduit :

$$MN = \frac{MC \times \sin(31^\circ)}{\sin(69^\circ)} = \frac{12,82 \times \sin(31^\circ)}{\sin(69^\circ)} = 7,07 \text{ km}$$

$$NC = \frac{MC \times \sin(80^\circ)}{\sin(69^\circ)} = \frac{12,82 \times \sin(80^\circ)}{\sin(69^\circ)} = 13,52 \text{ km}$$

d) on commence par calculer les angles :

$$\widehat{CNE} = 180^\circ - \widehat{MNC} = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$$

$$\widehat{NEC} = 180^\circ - (111^\circ + 28^\circ) = 41^\circ$$

Puis :

$$\frac{NE}{\sin(28^\circ)} = \frac{EC}{\sin(111^\circ)} = \frac{NC}{\sin(41^\circ)}$$

Ce qui donne :

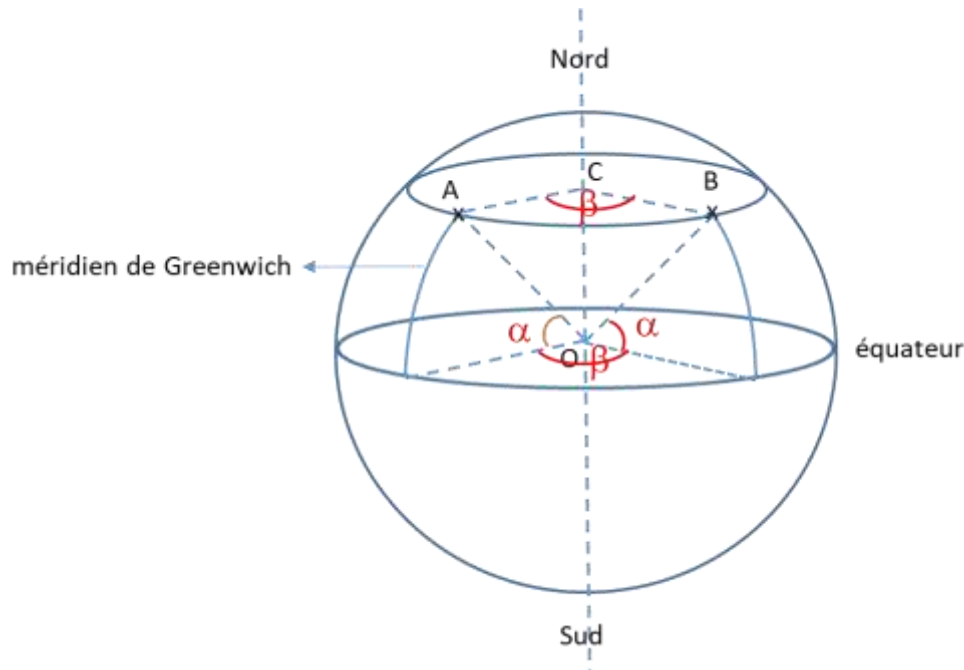
$$NE = \frac{NC \times \sin(28^\circ)}{\sin(41^\circ)} = \frac{13,52 \times \sin(28^\circ)}{\sin(41^\circ)} = 9,67 \text{ km}$$

e) on en déduit :

$$AE = AM + MN + NE = 13,93 + 7,06 + 9,67 \approx 30,7 \text{ km}$$

II 1) Le centre de Londres est situé légèrement à l'Ouest et au Nord du district de Greenwich donc sa longitude est Ouest et sa latitude Nord et légèrement supérieure.

2)



3) On a par les angles alterne-interne :

$$O\hat{A}C = \alpha$$

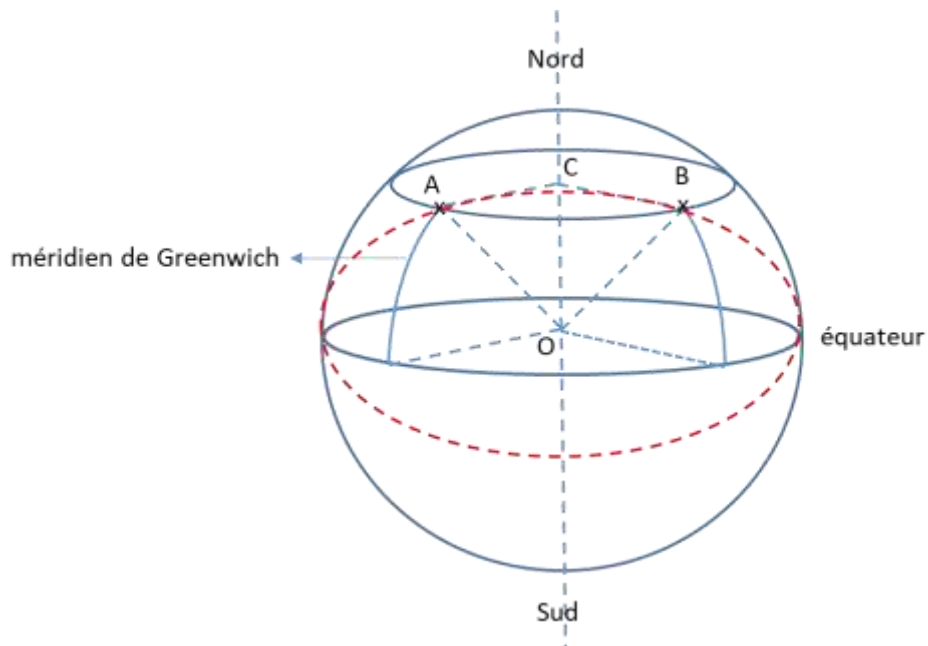
et en utilisant la formule du cosinus dans le triangle OAC rectangle en C , après avoir converti α en degrés :

$$AC = OA \cos \alpha = R \cos \alpha = 6371 \times \cos \left(51 + \frac{28}{60} + \frac{44}{3600} \right) = 3968 \text{ km}$$

4) Si on note β^{rad} la valeur en radians de β , la distance est celle d'un arc de cercle de rayon AC et d'angle β à savoir

$$d = AC \times \beta^{rad} = 3968 \times \left(100 + \frac{27}{60} + \frac{32}{3600} \right) \times \frac{\pi}{180} = 6957 \text{ km}$$

5) Le plus court chemin serait celui de l'arc appartenant au grand cercle, intersection de la shère terrestre avec le plan OAB

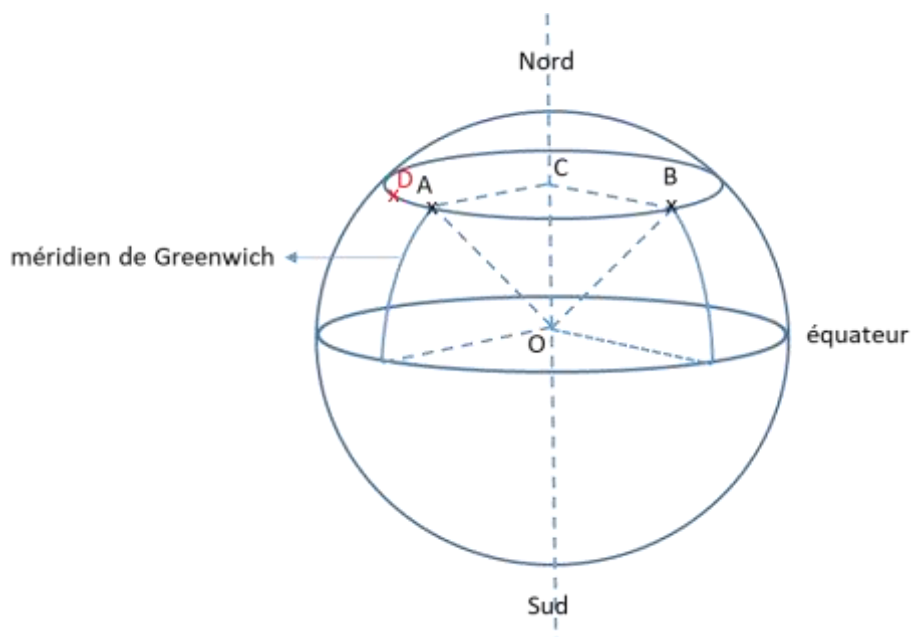


6) a) La distance parcourue est :

$$d' = v t = 250 \times 4 = 1000 \text{ km}$$

b) Le cercle a pour périmètre :

$$p = 2 \pi AC = 2 \pi \times 3968 = 24\,932 \text{ km}$$



c) Le point D a la même latitude que le point A et sa longitude est Ouest. Notons γ^{rad} la valeur en radians de l'angle $D\hat{C}A$. Alors :

$$d' = AC \times \gamma^{rad}$$

Donc :

$$\gamma^{rad} = \frac{d'}{AC}$$

et sa valeur en degrés est :

$$\gamma = \frac{d'}{AC} \times \frac{180}{\pi} = \frac{1000 \times 180}{3968 \times \pi} = 14,439^\circ = 14^\circ + 0,439 \times 60' = 14^\circ 26'$$

La longitude du point D est donc $14^\circ 26'$ Ouest