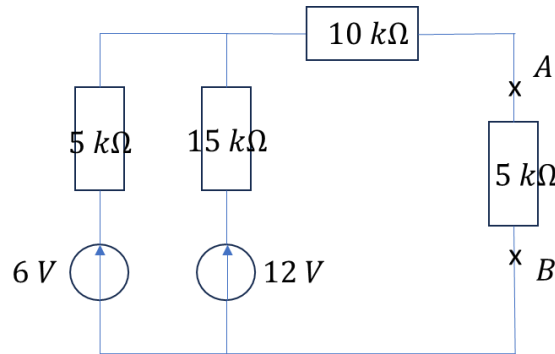


L'électricité pour les nuls et pour ma fille !

Tout comprendre « easy way » sur Thevenin , Norton et le théorème de superposition. Comment les utiliser à bon escient ? Tout ça à partir d'un exemple de circuit :



SI ON VEUT CALCULER LES INTENSITES ET (OU) LES TENSIONS DANS CHACUNE DES BRANCHES,

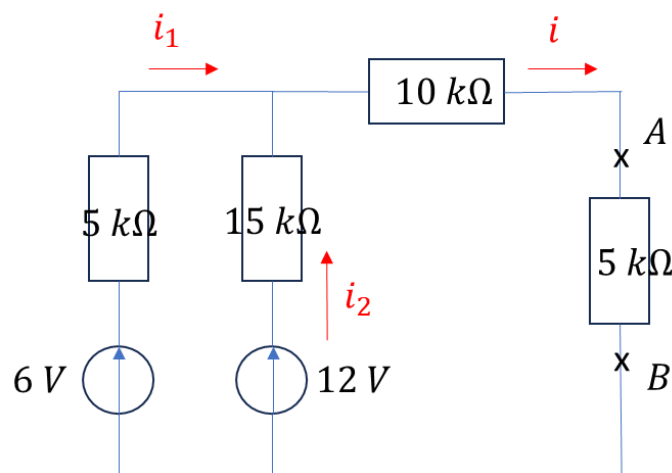
On peut employer deux méthodes : une méthode systématique ou une méthode utilisant le théorème de superposition.

1) Méthode systématique :

Avantage : résolution par ordinateur

Inconvénient : incapacité à bien comprendre comment fonctionne le circuit et surtout l'impact d'une modification de paramètres, lorsque certaines résistances ou forces électromotrices sont variables par exemple.

Dans l'exemple, on introduit des inconnues d'intensité pour chaque branche, ce qui donne :



Le sens de lecture des intensités est a priori arbitraire mais nous conseillons de le choisir dans chaque branche où il y a un générateur dans le sens où ce générateur les produirait positives s'il était seul. Autrement dit, on les prend dans le sens des flèches des forces électromotrices.

On écrit alors deux lois de maille et une loi de nœud, ce qui donne, les intensités étant lues en mA et les résistances en $k\Omega$ car l'unité de tension est le $V = k\Omega \times mA$

$$\begin{cases} 5 i_1 - 15 i_2 + 12 - 6 = 0 \text{ (maille de gauche)} \\ 15 i_2 + 10 i + 5 i - 12 = 0 \text{ (maille de droite)} \\ i_1 + i_2 = i \text{ (loi de nœud)} \end{cases}$$

On garde les inconnues d'intensité dans les membre de gauche et les données de forces électromotrices dans les second membres, ce qui donne :

$$\begin{cases} 5 i_1 - 15 i_2 & = 6 - 12 \\ 15 i_2 + 15 i & = 12 \\ i_1 + i_2 - i & = 0 \end{cases}$$

On résout alors ce système de trois équations à trois inconnues et on trouve :

$$i_1 = 0, \quad i_2 = i = 0,4 \text{ mA}$$

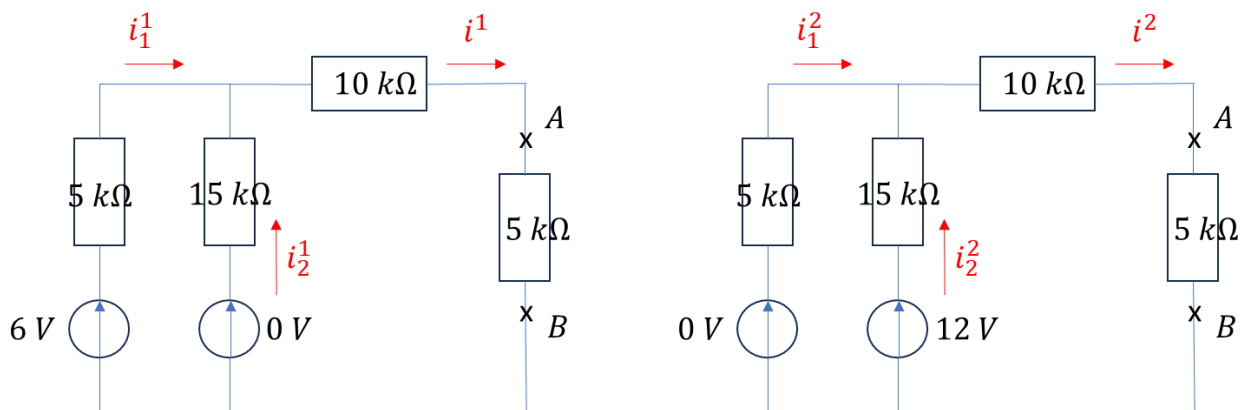
2) Méthode de superposition

Avantage : On évite la résolution pouvant être lourde d'un système et on utilise au maximum les résistances équivalentes et les ponts diviseurs

Inconvénient : Il faut faire autant de sous-schémas qu'il y a de générateurs.

Principe de la méthode :

Dans l'exemple, on met à 0 V un des générateurs et on conserve le second à sa valeur, ce qui donne les deux sous-schémas :



Ce qui revient à dissocier le système d'équations précédent en deux sous-systèmes :

$$\begin{cases} 5 i_1^1 - 15 i_2^1 & = 6 - 0 \\ 15 i_2^1 + 15 i_1^1 & = 0 \\ i_1^1 + i_2^1 - i^1 & = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 i_1^2 - 15 i_2^2 & = 0 - 12 \\ 15 i_2^2 + 15 i_1^2 & = 12 \\ i_1^2 + i_2^2 - i^2 & = 0 \end{cases}$$

En effet, en superposant ces deux sous-systèmes, c'est-à-dire en les additionnant on, obtient :

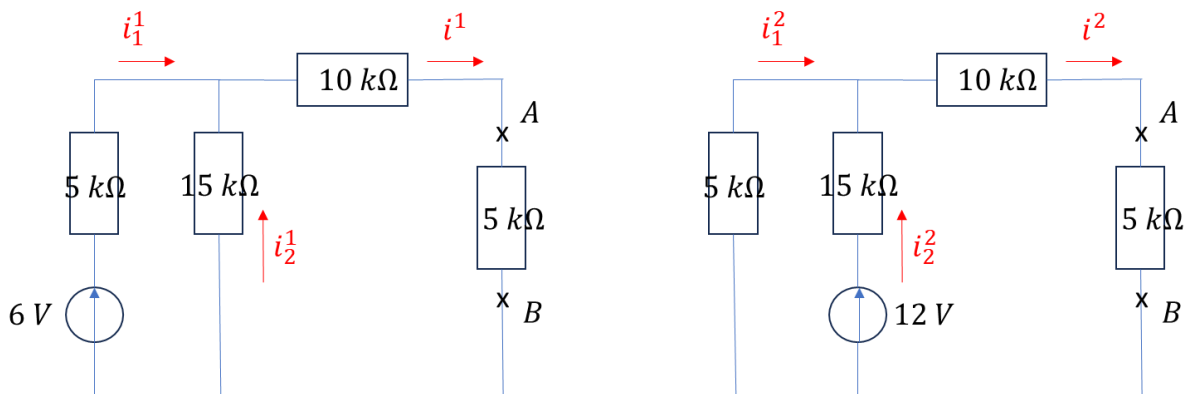
$$\begin{cases} 5 (i_1^1 + i_1^2) - 15 (i_2^1 + i_2^2) & = 6 - 12 \\ 15 (i_2^1 + i_2^2) + 15 (i_1^1 + i_1^2) & = 12 \\ (i_1^1 + i_1^2) + (i_2^1 + i_2^2) - (i^1 + i^2) & = 0 \end{cases}$$

Autrement dit, la solution de notre système initial est :

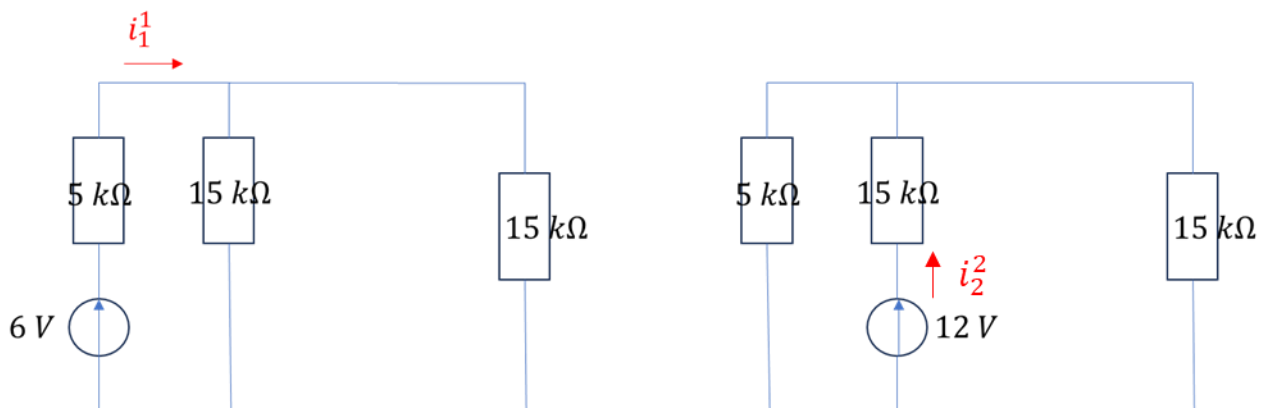
$$\begin{cases} i_1 = i_1^1 + i_1^2 \\ i_2 = i_2^1 + i_2^2 \\ i = i^1 + i^2 \end{cases}$$

Mise en pratique de la méthode :

En pratique, on n'écrit aucun sous-système et on fait les sous-schémas sans faire apparaître les générateurs mis à 0 V car ils sont ainsi court-circuités. Cela donne :



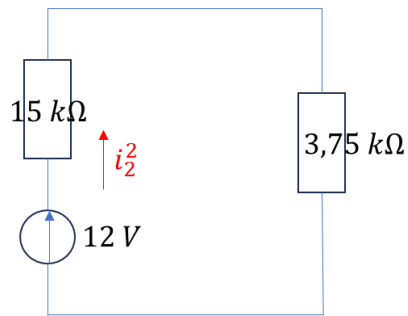
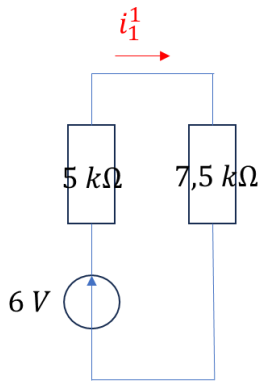
On simplifie ensuite les sous-schémas à l'aide de résistances équivalentes, en commençant par repérer les résistances en série :



Puis celles en dérivation, ($15\text{ k}\Omega$, $15\text{ k}\Omega$) pour le schéma de gauche, ($5\text{ k}\Omega$, $15\text{ k}\Omega$) pour le schéma de droite donc des résistances équivalentes :

$$\frac{15 \times 15}{15 + 15} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{15 \times 5}{15 + 5} = \frac{75}{20} = 3,75 \text{ k}\Omega$$



On applique alors la loi de Pouillet pour obtenir l'intensité délivrée par chaque générateur dans chaque schéma :

$$i_1^1 = \frac{6}{5 + 7,5} = 0,48 \text{ mA}$$

$$i_2^2 = \frac{12}{15 + 3,75} = 0,64 \text{ mA}$$

On peut alors appliquer la loi du diviseur de courant pour obtenir les intensités dans les autres branches, par exemple pour le schéma de droite, en notant que l'intensité i_2^2 se divise selon un pont diviseur de courant en une intensité $-i_1^2$ traversant la résistance de $5 \text{ k}\Omega$ et une intensité i_3^2 traversant la résistance de $15 \text{ k}\Omega$:

$$\begin{cases} -i_1^2 = \frac{15}{5 + 15} i_2^2 = 0,75 \times 0,64 = 0,48 \text{ mA} \\ i_3^2 = \frac{5}{5 + 15} i_2^2 = 0,25 \times 0,64 = 0,16 \text{ mA} \end{cases}$$

On pourra ainsi calculer les intensités sur chaque sous-schéma et par superposition, on en déduira les intensités du schéma initial, par exemple :

$$i_1^{\square} = i_1^1 + i_1^2 = 0,48 - 0,48 = 0 \text{ mA}$$

On retrouve bien la valeur obtenue par résolution du système qui est nulle dans notre cas particulier mais qui ne le serait pas en changeant une valeur de résistance.

SI ON NE VEUT CALCULER QU'UNE INTENSITE (OU TENSION) par exemple l'intensité i (ou la tension U_{AB})

On peut employer deux méthodes qui viennent également de principes de superposition : le théorème de Thévenin ou le théorème de Norton

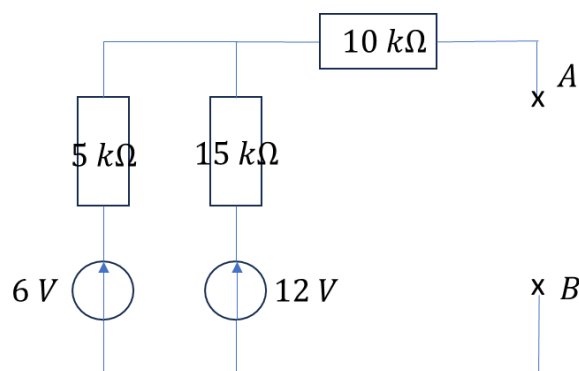
1) Le théorème de Thévenin :

Avantage : Il est souvent plus utilisé car plus pratique que Norton

Inconvénient :

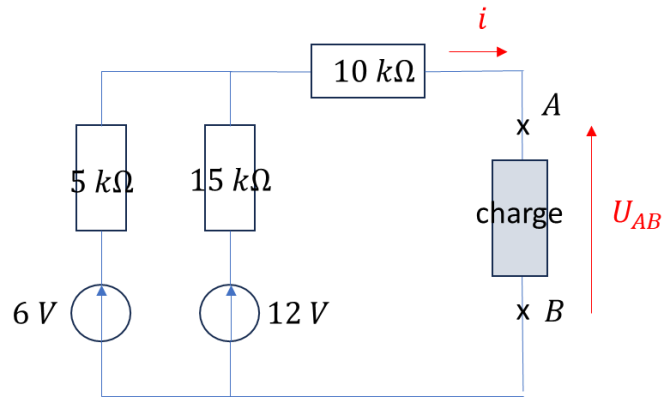
Principe de la méthode :

Dans l'exemple, on enlève le résistor entre les bornes A et B et on obtient ainsi un dipôle appelé **dipôle de Thévenin** qui est **actif** en raison de la présence de générateurs en son sein, ce qui signifie que ce dipôle aura un comportement de générateur et qu'il pourra générer un courant i dépendant du dipôle appelé **charge** qu'on mettra entre ses bornes A et B .



Pour chaque valeur de i qu'on pourra imposer grâce au réglage de la charge, laquelle peut comporter un générateur et une résistance en série, et lire à l'aide d'un ampèremètre monté en série, on pourra mesurer, à l'aide d'un voltmètre monté en dérivation, la tension U_{AB} délivrée par notre dipôle de Thévenin et imposée à la charge. On aura alors une relation fonctionnelle expérimentale $U_{AB} = f(i)$ appelée **caractéristique expérimentale du dipôle de Thévenin**. Nous pouvons cependant nous passer de mesures expérimentales et obtenir cette caractéristique grâce au principe de superposition, ce qui donne un principe appelé théorème de Thévenin.

Pour cela, on représente le dipôle de Thévenin avec une charge permettant d'obtenir une valeur d'intensité arbitraire i et on cherche à calculer la tension U_{AB} aux bornes de la charge.



L'analyse par système, comme vu précédemment, aboutit au système de relations :

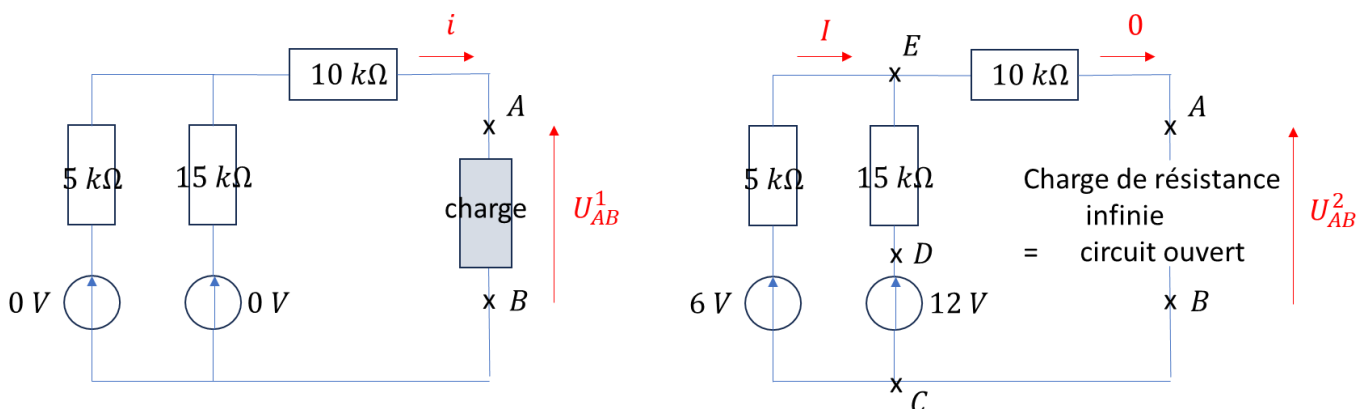
$$\begin{cases} 5 i_1 - 15 i_2 + 12 - 6 = 0 \text{ (maille de gauche)} \\ 15 i_2 + 10 i + U_{AB} - 12 = 0 \text{ (maille de droite)} \\ i_1 + i_2 = i \text{ (loi de noeud)} \end{cases}$$

A noter que U_{AB} a remplacé dans ce système la relation caractéristique de la charge qui était $5 i$ dans notre système initial.

On garde alors les inconnues d'intensité dans le dipôle de Thévenin et la tension U_{AB} dans les membres de gauche et les données de forces électromotrices ainsi que l'intensité i utilisée comme paramètre (c'est-à-dire qu'on peut faire varier) dans les second membres, ce qui donne :

$$\begin{cases} 5 i_1 - 15 i_2 & = 6 - 12 \\ 15 i_2 + U_{AB} & = 12 - 10 i \\ i_1 + i_2 & = i \end{cases}$$

On résout alors ce système de trois équations à trois inconnues en utilisant deux sous-systèmes, un dans lequel on met les forces électromotrices du générateur à 0 et on conserve i à sa valeur arbitraire (i est donc un paramètre de notre système et U_{AB} une inconnue), un autre dans lequel on met i à 0 et on conserve les forces électromotrices. On résout ces sous-systèmes en utilisant leurs sous-schémas associés, à savoir :



Dans le schéma de gauche, on peut faire disparaître les générateurs, ils sont court-circuités et la charge se trouve être connectée à un ensemble formé de deux résistances de $5 k\Omega$ et $15 k\Omega$ en dérivation mises en série avec une résistance de $10 k\Omega$ donc équivalent à une résistance unique appelée résistance de Thévenin de valeur :

$$R_{th} = \frac{5 \times 15}{5 + 15} + 10 = 13,75 \text{ k}\Omega$$

La relation tension intensité se déduit par la loi d'Ohm, soit pour i en mA :

$$U_{AB}^1 = R_{th} \times (-i) = -13,75 i$$

Dans le schéma de droite, c'est la même intensité I qui parcourt les branches de la maille de gauche. On peut donc appliquer la loi de Pouillet :

$$I = \frac{6 - 12}{5 + 15} = -0,3 \text{ mA}$$

On applique alors la loi d'additivité des tensions ou bien la loi de la maille de droite, les intensités étant en mA et les résistances en $k\Omega$:

$$U_{AB}^2 = U_{AE} + U_{ED} + U_{DC} + U_{CB} = 10 \times 0 + 15 I + 12 + 0 = 15 \times (-0,3) + 12 = 7,5 \text{ V}$$

Cette tension est appelée force électromotrice du générateur de Thévenin équivalent et est notée E_{th} .

Par superposition, nous avons alors la caractéristique du dipôle de Thévenin :

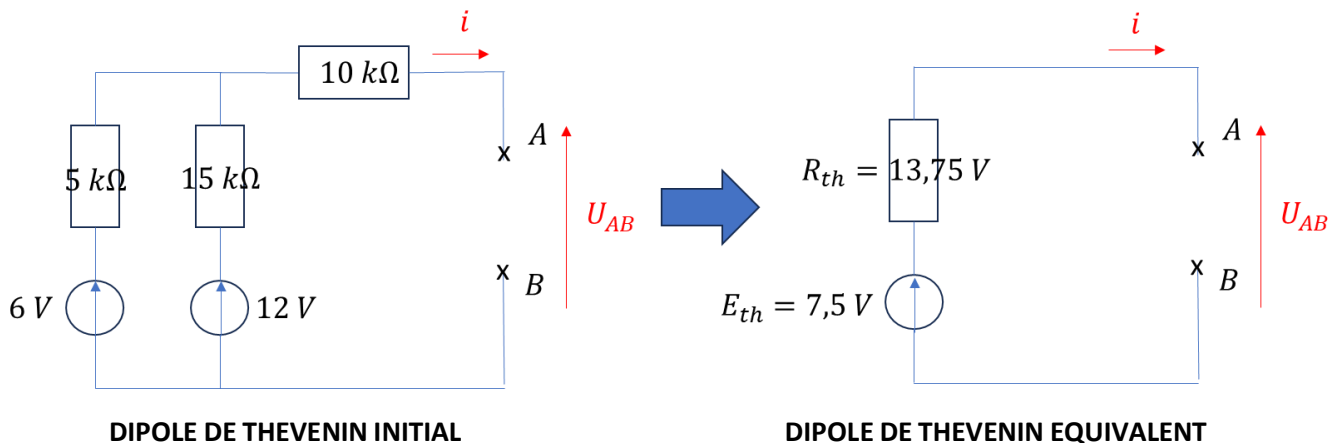
$$U_{AB} = U_{AB}^1 + U_{AB}^2$$

Soit, pour i en mA :

$$U_{AB} = E_{th} - R_{th} i = 7,5 - 13,75 i$$

C'est la caractéristique d'un générateur idéal de force électromotrice E_{th} mis en série avec une résistance R_{th} .

En résumé :



Pour la charge de notre circuit initial qui était une résistance de $5 \text{ k}\Omega$, l'intensité traversant cette charge est donnée par la loi de Pouillet appliquée au circuit équivalent :

$$i = \frac{7,5}{13,75 + 5} = 0,40 \text{ mA}$$