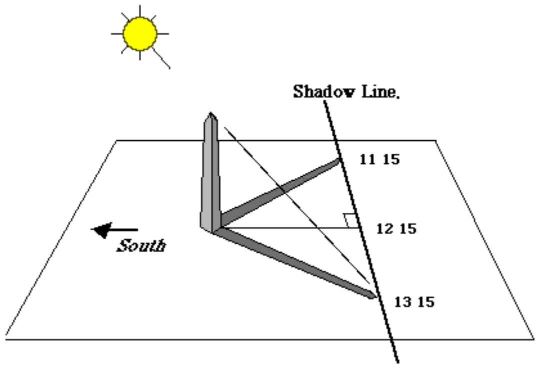
Sphéricité de la Terre et mesure de sa circonférence

I **<u>Vision antique de la forme de la Terre</u>**

Dans l'antiquité fut faite l'observation suivante : Au solstice d'été (actuellement 21 juin), à l'heure où le Soleil est au plus haut (midi du méridien passant par le lieu d'observation), on peut voir au fond des puits qui se situent à proximité de la ville de Syène (actuellement Assouan en Egypte) et les gens ou les objets dressés verticalement comme un gnomon ne projettent pas d'ombre, tandis qu'à Alexandrie, située à environ 800 km plus au Nord sur le même méridien, il en va tout autrement.

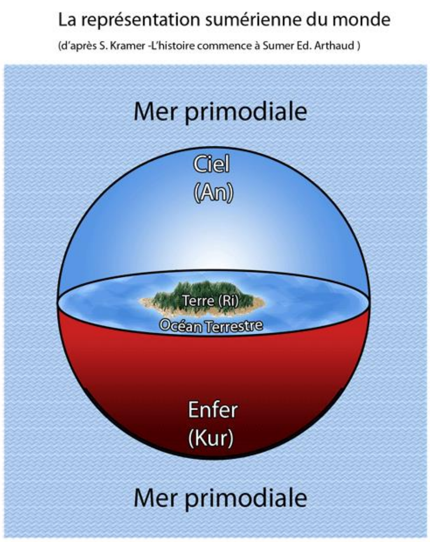


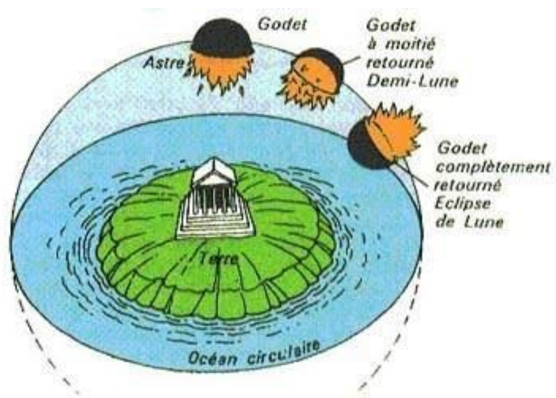
<u>Gnomon (cadran solaire)</u>

De cette même observation émergèrent deux interprétations opposées.

a) **<u>L'interprétation du philosophe grec Anaxagore de Clazomènes au Vè siècle avant J.C.</u>**

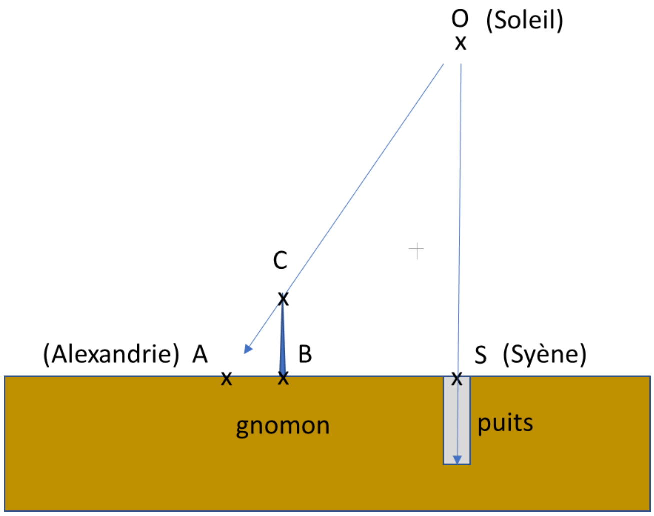
Ce dernier conserva l'idée que la Terre était plate. Une des visions était celle d'un disque (Thalès au VI ème siècle) ou d'un cylindre flottant sur un océan infini (Anaximandre VIè siècle)





Dans l'hypothèse où la Terre était plate, la différence d'observation faite entre Alexandrie et Syène tenait, selon Anaxagore, au fait que le Soleil est relativement proche de la Terre et du même coup de dimensions bien plus réduites que ce que l'on sait aujourd'hui. Anaxagore l'estima à une distance d'environ 6500 Km. Voyons comment retrouver son raisonnement.

Considérons deux rayons, l'un parvenant à Syène au fond d'un puits et donc perpendiculaire à une surface horizontale au sol, et l'autre parvenant à Alexandrie à la limite de l'extrémité de l'ombre d'un gnomon. Pour simplifier, nous supposerons ces deux rayons issus d'un même point.



L'angle $\mathrm{A\hat{C}B}$ avait été évalué à 1/50 d'angle plein, l'angle plein étant un angle de 360°, autrement dit $\mathrm{A\hat{C}B} = 360/50 = 7{,}2°$ et la distance entre Syène et Alexandrie à 5000 stades (environ 800 Km)

En utilisant la formule de la tangente, on peut écrire :

$$\mathrm{Tan}\left(\mathrm{A\hat{O}S}\right) = \frac{\mathrm{AS}}{OS}$$

Sachant : $\mathrm{A\hat{O}S} = \mathrm{A\hat{C}B}$, on en déduit :

$$OS = \frac{\mathrm{AS}}{\mathrm{Tan}\left(\mathrm{A\hat{C}B}\right)} = \frac{800}{\mathrm{Tan}(7{,}2°)} \approx 6332\ Km$$

On retrouve bien la valeur estimée par Anaxagore mais elle est bien loin des 149 millions de Km estimés aujourd'hui pour la distance Terre-Soleil.

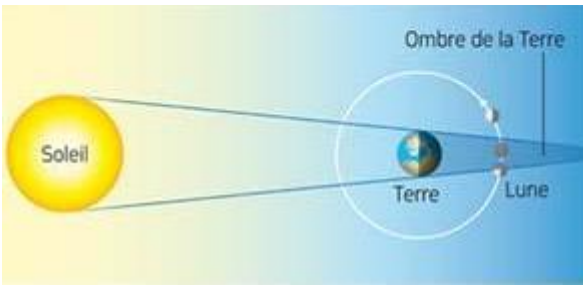
b) **<u>L'interprétation du savant grec Eratosthène au IIIème siècle avant J.C.</u>**

De nombreux indices laissaient à penser que l'hypothèse d'une Terre plate était erronée :

- Les marins rapportaient que lorsqu'ils voyaient des bateaux surgir à l'horizon, ils commençaient par voir leur mât avant leur proue (chose que nous avons également observée avec des jumelles par temps clair en tant que chef de quart dans la marine nationale)

Différentes visions avec des jumelles d'un bateau qui surgit à l'horizon

- Lors d'une éclipse lunaire, La Lune passe dans le cône d'ombre de la Terre et à son entrée, la Terre y projette une ombre dont la bordure est arrondie



Cône d'ombre de la terre

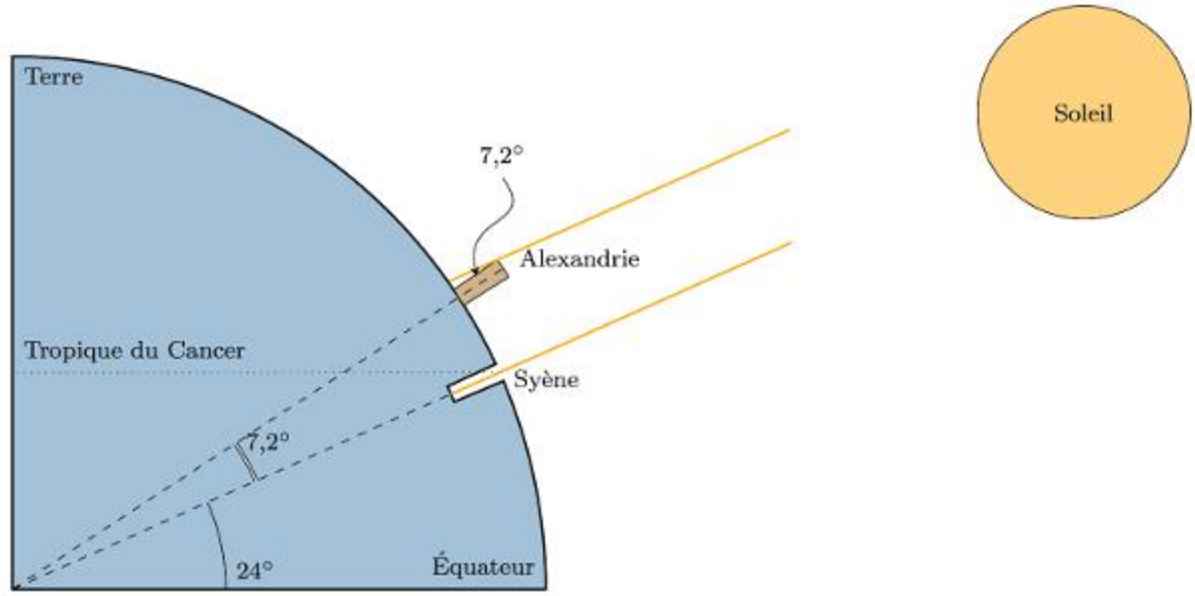
-
Ombre faite par la Terre sur la Lune lors d'une éclipse lunaire

- Lorsqu'on se déplace du Nord au Sud, de nouvelles étoiles apparaissent la nuit tandis que d'autres disparaissent.

Eratosthène estima alors à 250 000 stades (environ 40 000 Km) la circonférence terrestre, en supposant le Soleil très éloigné de la Terre, de sorte que tous ses rayons qui parviennent sur Terre forment un faisceau parallèle. Retrouvons son raisonnement.

Plaçons-nous dans un plan contenant le centre de la Terre et le méridien passant par Syène et Alexandrie. Syène se situant quasiment sur le tropique de Cancer, au solstice d'été au moment où le

Soleil est au plus haut, les rayons pointent vers le centre de la Terre, ce qui explique qu'ils puissent atteindre le fond des puits et s'y réfléchir. En revanche, en raison de la courbure de la surface de la Terre, à Alexandrie, ces rayons ne pointent plus vers le centre de la Terre et la verticale du lieu fait bien avec ces derniers un angle (ici de 7,2°, 1/50 d'angle plein en termes de l'époque).



Par la propriété des angles alterne-interne, cet angle de 7,2° est également l'angle sous lequel on voit depuis le centre de la Terre l'arc de méridien situé entre Syène et Alexandrie de longueur égal à 5000 stades. La longueur d'un arc de cercle étant proportionnelle à l'angle sous lequel on le voit depuis son centre, on en déduit le périmètre P d'un grand cercle méridien à l'aide d'un tableau de proportions :

Arc (stades)	5000	P
Angle (°)	7,2	360

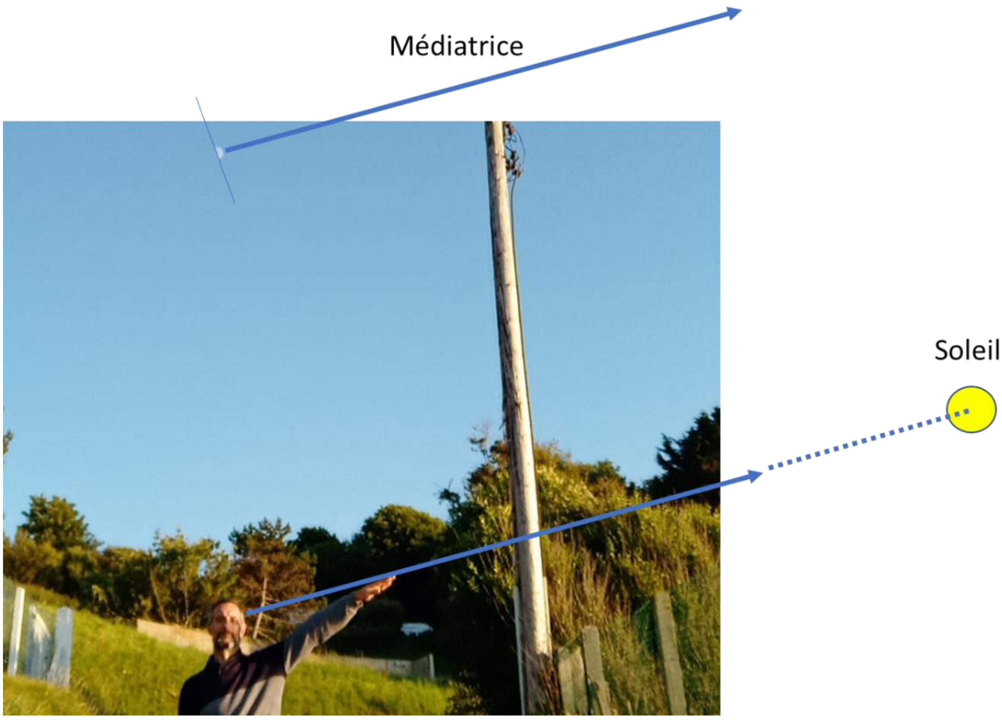
$$P = \frac{5000 \times 360}{7{,}2} \approx 250\,000 \text{ stades}$$

5000 stades correspondant à environ 800 Km, 250 000 stades correspondent à environ 40 000 Km. Eratosthène était donc parvenu à une estimation très proche du périmètre d'un grand cercle méridien évalué aujourd'hui à environ 40 075 Km.

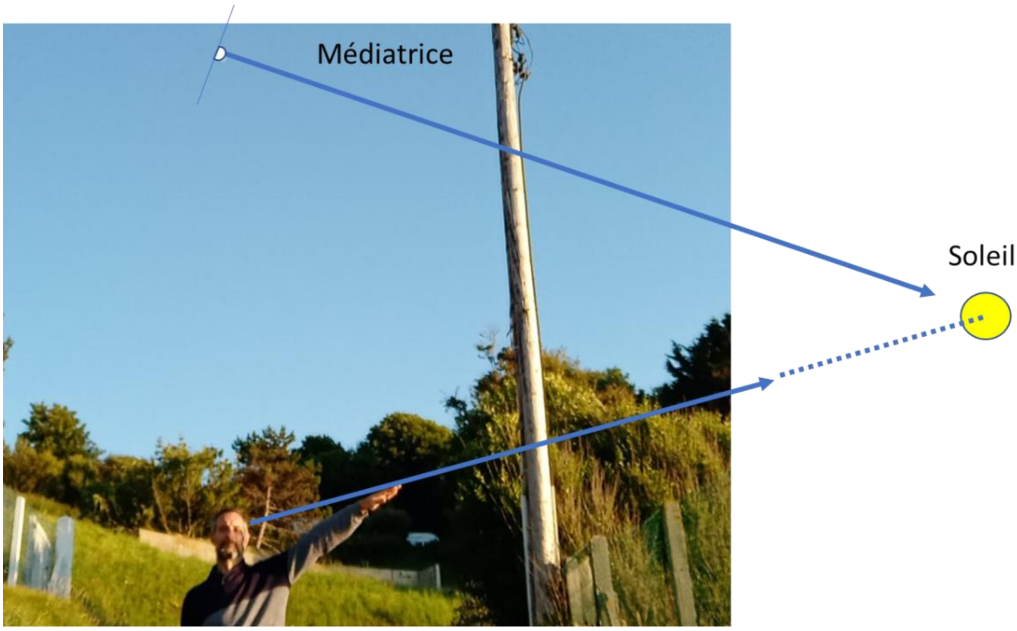
Remarque : Une observation que nous venons de faire récemment et que les contemporains d'Erathostène pouvaient faire également à leur époque, nous semble valider l'hypothèse d'un soleil très éloigné de la Terre, contrairement à l'hypothèse d'Anaxagore. La voici :

En nous promenant en Normandie au moment où le soleil était proche de l'horizon, nous avons pu observer un croissant de Lune, voir photo ci-dessous, et la façon dont il était éclairé nous amène à considérer la source qui l'éclaire, c'est-à-dire le soleil, comme étant très éloigné de la Terre.

En effet, si on trace un segment reliant les deux sommets du croissant de Lune, le centre du soleil se trouve sur la médiatrice de ce segment. Et on observe que la droite reliant l'œil de l'observateur au centre du soleil est parallèle à ce segment.



Si le soleil était proche de la Terre, ce ne serait pas le cas, comme le montre ce schéma, où le soleil par commodité, a été représenté très prêt et bien plus petit qu'en réalité :



Nous invitons le lecteur, quand il se promène, à faire par lui-même cette observation pouvant être fort utile pour se repérer (Le soleil se couchant plutôt vers l'Ouest et se levant plutôt vers l'Est, notamment en pleine nuit, quand la lune est visible et non pleine.

II <u>Repérage à la surface de la Terre : Latitude et longitude</u>

La sphéricité de la surface terrestre étant établie, il convient, pour s'y repérer, de définir des coordonnées adaptées que sont la latitude et la longitude. Ces paramètres se définissent à partir de deux familles de cercles : les cercles méridiens et les cercles parallèles.

a) <u>Les cercles méridiens</u> :

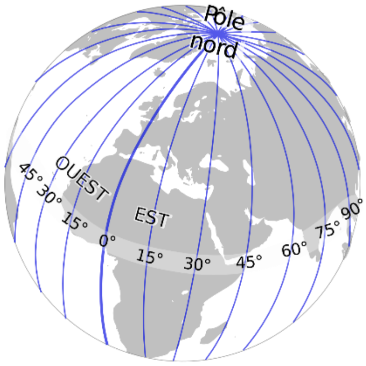
Un cercle méridien est un grand cercle qui passe par les deux pôles. Rappelons qu'un grand cercle est un cercle situé dans un plan contenant le centre de la Terre

Un méridien géographique est un demi-cercle méridien joignant les deux pôles.

Un méridien géographique est repéré par sa longitude qui est l'angle dont il faut faire tourner la Terre autour de son axe pour amener un méridien géographique choisi comme référence, le méridien de Greenwich, sur ce méridien.

Si la rotation se fait d'Ouest en Est, la mesure de la longitude se fait en degrés de longitude Est, sinon elle se fait en degrés de longitude Ouest. Par exemple :

Paris, dont le méridien est à l'Est du méridien de Greenwich se situe sur le méridien de longitude 2,34° Est mais New York qui est à l'Ouest, sur le méridien de longitude 73,97° Ouest

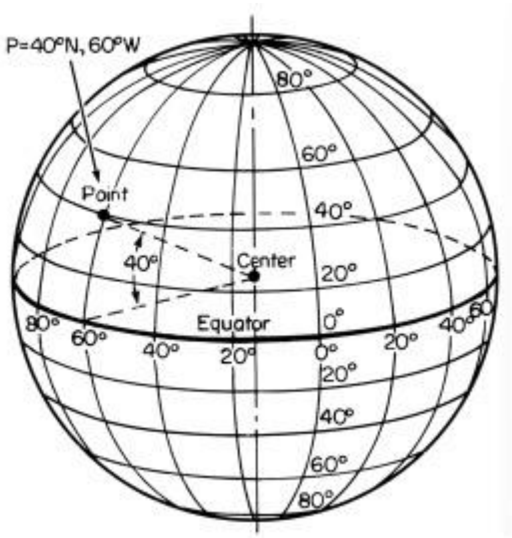


b) **Les cercles parallèles**

Les cercles parallèles sont les cercles définis par l'intersection des plans perpendiculaires à l'axe des pôles. A part le cercle équatorial, ce ne sont pas des grands cercles

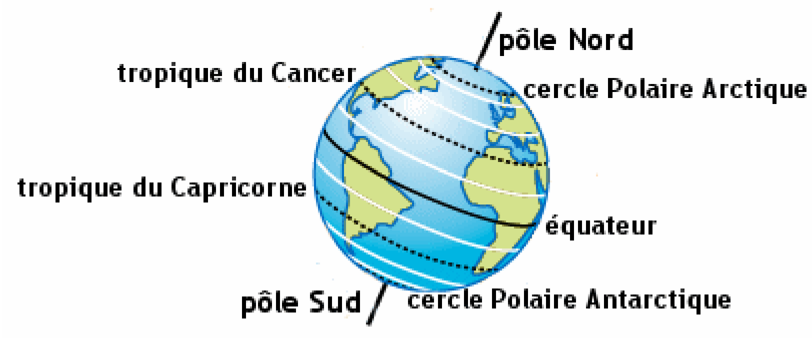
Les cercles parallèles sont repérés par un angle appelé latitude qui est l'angle sous lequel on voit un arc de méridien joignant le cercle équatorial à ce cercle.

Comme pour la longitude, la latitude des cercles de l'hémisphère nord s'exprime en degrés de latitude nord, valeur comprise entre 0 et 90° et de ceux de l'hémisphère sud en degrés de latitude sud comprise également entre 0 et 90°. Mais on peut également exprimer la latitude de ces derniers en degrés négatifs. Ainsi la latitude d'un point situé sur un cercle parallèle de latitude 40° sud est également - 40°



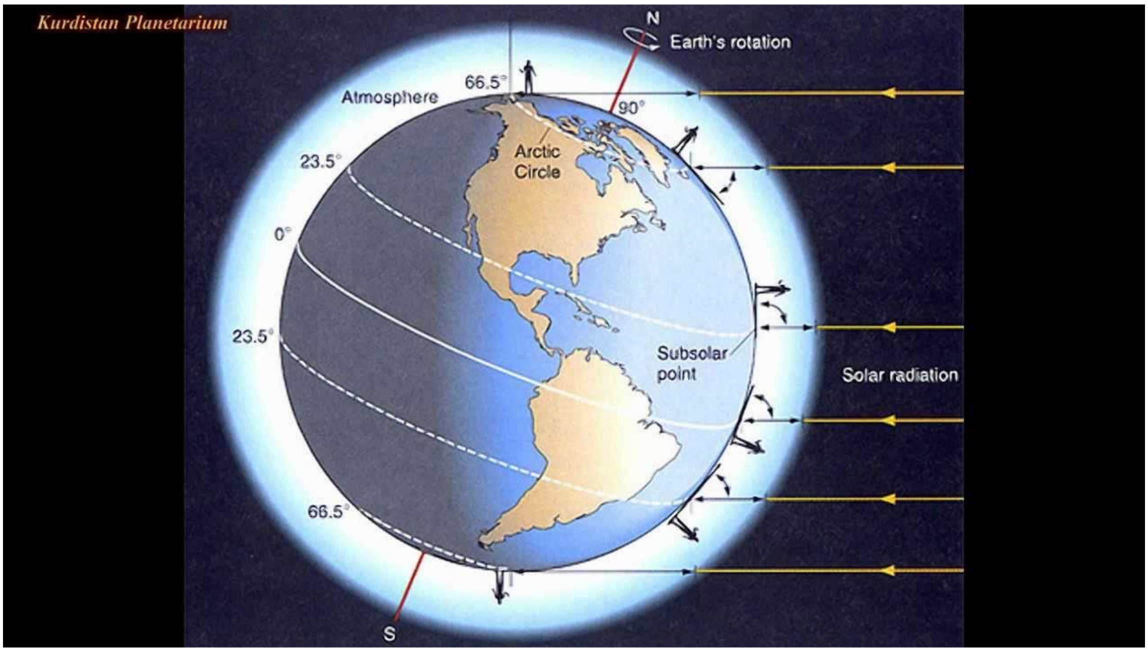
Parmi les cercles parallèles, il y en a cinq de remarquables, cités dans l'ordre en se déplaçant du pôle nord vers le pôle sud :

- Le cercle polaire Arctique
- Le tropique du Cancer
- Le cercle équatorial
- Le tropique du Capricorne
- Le cercle polaire Antarctique



Compte de tenu de l’inclinaison de l’axe de rotation de la Terre par rapport au plan de l’écliptique (plan dans lequel se déplace le centre de la Terre autour du Soleil et contenant le centre de ce dernier), les rayons du Soleil parvenant en un lieu situé entre les deux tropiques, pointent une fois par an vers le centre de la Terre en dehors de l’équateur et deux fois par an à l’équateur, ce qui signifie encore qu’on peut voir au fond des puits et que les objets verticaux ne projettent pas d’ombre. Cela se produit :

- Au solstice d’été pour un lieu du tropique du Cancer
- Au solstice d’hiver pour un lieu du tropique du Capricorne
- A l’équinoxe d’automne et à l’équinoxe de printemps pour un lieu du cercle équatorial



Rayonnement solaire au solstice d’été

II Définition d’un nouvel étalon de mesure fondé sur une mesure terrestre : le mètre

a) **Le problème posé par les étalons de mesure à référence humaine**

Dans l’antiquité, les mesures de longueurs se faisaient en pieds, doigts ou coudées et faisaient donc référence à des mesures sur l’Homme.

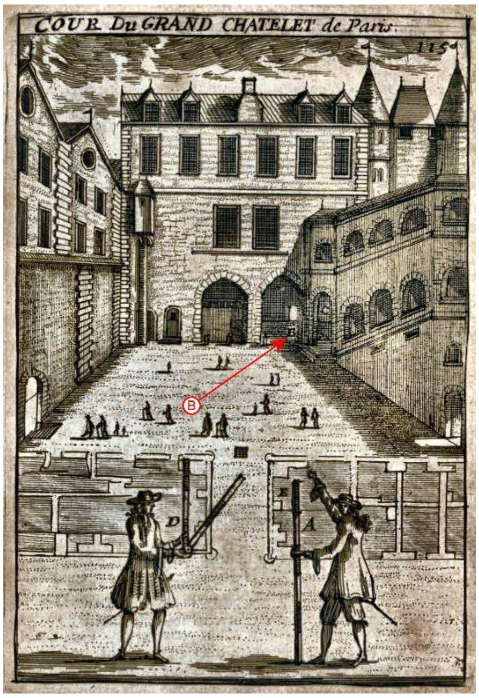
Le **pied romain** (**environ 29,5 cm**) qui servait d’étalon de référence était conservé dans un temple.

Le problème posé par cette approche était la conservation de l’étalon de référence. S’il venait à être faussé, comment en reproduire un autre, si l’humain à partir duquel le premier étalon avait été conçu avait disparu.

Au moyen âge et jusqu’à la fin du XVIIIème siècle, on utilisait en France comme étalon de mesure la toise de Paris, qui correspondait environ à la distance entre l’extrémité des mains gauche et droite lorsqu’on tend les bras à l’horizontale.

La toise de Paris était matérialisée par une barre de fer scellée dans le mur du Grand Châtelet et munie de deux ergots. Elle ne mesurait pas loin de 2 mètres.

La toise se retrouva faussée par un affaissement de pilier en 1667 ce qui réveilla l’idée de définir un nouvel étalon fondé sur une mesure non plus humaine mais terrestre



b) La définition d'un nouvel étalon fondé sur une mesure terrestre

Fin XVIIIè , après la révolution française, l'assemblée chargea l'Académie des Sciences d'une mission consistant à mesurer un arc de méridien passant par Paris, entre les villes de **Dunkerque et de Barcelone.**

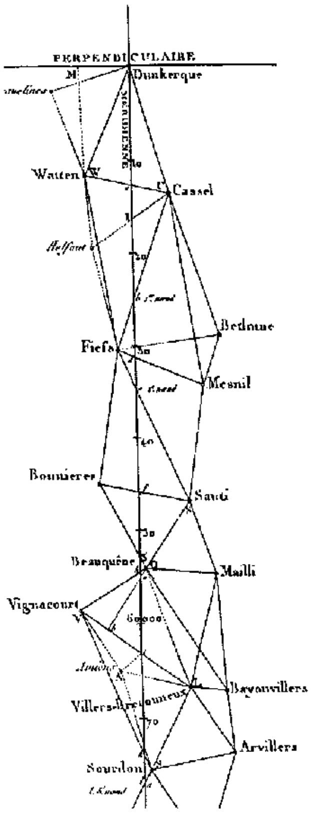
En effet, avec la progression dans la précision des instruments de mesure angulaire, il était possible, en s'inspirant de la méthode employée par Eratosthène pour mesurer la circonférence terrestre, d'estimer à l'aide d'une portion de méridien seulement, la longueur d'un quart de cercle méridien, la mesure pouvant se faire en n'importe quel lieu de la Terre, ce qui en ferait un étalon universel.

La mission fut confiée à **Jean baptiste Delambre et Pierre Méchain** et s'étala sur **7 ans**. Elle se fit par la méthode de triangulation décrite plus loin et en utilisant **94 triangles.**

Cette mesure ne nécessita qu'une seule mesure de longueur du côté d'un seul triangle, une base de 11 Km entre Melun et Lieusaint sur un terrain plat, le relief rendant difficile les mesures de longueur au sol, tandis que les mesures angulaires ne posaient pas de problèmes.

La mesure se fit avec quatre règles de platine de 2 toises (environ 4 m), qui avaient l'avantage de ne pas voir leur longueur varier de façon significative par variation de température.

Les sommets des triangles étaient des clochers ou des tours sur lesquelles on déployait des draps blancs, pour qu'on puisse facilement les viser de loin.



Quelques-uns des triangles utilisés au départ de Dunkerque

Vue simplifiée d'ensemble de l'arc méridien mesuré

La mesure de l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone conduisit à une valeur de 551 584,72 toises tandis que la mesure de différence de latitude était $9°\,40'31{,}9''$. Ainsi, pour un quart de méridien correspondant donc à 90°, on put établir la longueur d'un quart de méridien à **5 130 740 toises**, ce qui se retrouve à l'aide d'un tableau de proportions, après conversion de l'angle dans le système décimal :

$$9°\,40'31{,}9'' = 9 + \frac{40}{60} + \frac{31{,}9}{3600} \approx 9{,}67553\,°$$

Arc (toises)	551 584,72	Q
Angle (°)	9,67553	90

$$Q = \frac{551\,584{,}72 \times 90}{9{,}644} \approx 5\,130\,740\ toises$$

Le 9 juillet 1799, un mètre étalon est présenté au conseil des cinq-cents. Il vaut :

$$\boxed{\mathbf{1\ m\grave{e}tre = 0{,}5130740\ toise}}$$

Soit :

$$\boxed{\mathbf{1\ toise = \frac{1}{0{,}5130740} \approx 1{,}949\ m}}$$

<u>Remarque</u> :

La philosophie de l'Académie des sciences était de mesurer un quart de méridien terrestre à l'aide d'une puissance de 10 avec une nouvelle unité qui soit de même ordre de grandeur que la toise, c'est-à-dire représente une dimension humaine. Or la mesure ayant donné 5 130 740 $toises$, on a :

$$1\,000\,000 < 5\,130\,740 < 10\,000\,000$$

Donc la puissance de dix la plus proche de la mesure est 10 000 000. Voilà pourquoi on a défini le mètre par la correspondance :

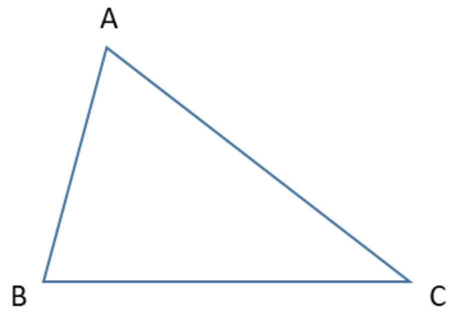
$$\boxed{\mathbf{5\,130\,740\ toises = 10\,000\,000\ m\grave{e}tres}}$$

Cette valeur du mètre servit de référence jusqu'en 1983 puis des mesures plus précises par satellite vinrent donner une nouvelle estimation du quart de méridien à 10 002 490 mètres.

Avec cette valeur et le progrès dans la précision des instruments, on put mesurer la vitesse de la lumière avec la valeur la plus précise de 299 792 458 m/s. En accord avec les vues développées par Albert Einstein quant à l'invariance de la vitesse de la lumière par changement de référentiel, cette valeur de la vitesse de la lumière fut adoptée comme constante universelle et le mètre étalon redéfini comme étant la distance parcourue pendant une durée de 1/299 792 458 ème de seconde.

On redéfinit également un peu plus tard la seconde plus précisément avec l'invention des horloges atomiques.

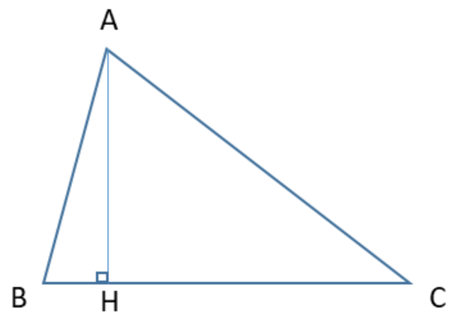
c) La méthode de triangulation



Etant donné un triangle A, B, C quelconque, connaissant la longueur d'un seul de ses côtés et la mesure de ses trois angles, on peut en déduire par calcul la mesure des deux autres côtés grâce à la propriété suivante des sinus de ces angles :

$$\frac{sin(\hat{A})}{BC} = \frac{sin(\hat{B})}{AC} = \frac{sin(\widehat{C})}{AB}$$

Preuve :



Désignons par H le pied de la hauteur issue de A. On définit ainsi deux triangles rectangles en H, les triangles A, H, B et A, H, C qui partagent le même côté $[AH]$. On peut alors appliquer la formule trigonométrique du sinus :

$$sin(\hat{B}) = \frac{AH}{AB}, \qquad sin(\hat{C}) = \frac{AH}{AC}$$

Ainsi par produit en croix :

$$AH = AB\, sin(\hat{B}) = AC\, sin(\hat{C})$$

Soit :

$$\frac{sin(\hat{B})}{AC} = \frac{sin(\widehat{C})}{AB}$$

En raisonnant avec le sommet B à la place de A on obtient l'autre égalité