La poussée d'Archimède

Vous allez découvrir dans cet exposé pourquoi la fumée, les ballons-sondes, les montgolfières, les bulles au fond de votre casserole, la lave dans les volcans et plein d'autres choses encore montent sous l'effet de la fameuse poussée d'Archimède, mais aussi pourquoi les bateaux, les icebergs, les glaçons dans le pastis flottent et les sous marins coulent sans qu'on ait besoin d'ouvrir la porte du sas comme dans une fameuse histoire belge. Ah ! Mince, excusez moi, il y en a qui ne connaissent pas : Comment couler un sous marin belge. Réponse : En frappant à la porte du sas.

Tout cela n'est que la conséquence de la première loi de Newton que nous avons vue dans le magazine numéro 1.

Vous serez alors en mesure de comprendre pourquoi les 9/10 d'un iceberg environ se trouvent immergés à condition de ne pas faire comme Dédé et d'avoir le courage de suivre un traitement mathématique sans difficultés. Pour Dédé, il faudra attendre la découverte d'une pilule miracle qui donne le sens mathématique et j'ai peur que cela prenne encore beaucoup de temps.

CHAPITRE I : La poussée d'Archimède

Non, non et non ! Arrêtez de faire le pitre. Ce n'est pas en étant pris d'une furieuse envie alors qu'il prenait son bain, qu'Archimède soudain libéré d'un corps et le voyant remonter à la surface s'est écrié : « Eurêka », il s'agissait d'un objet, encore que dans le premier cas, l'expérience eut été similaire, je vous le confirme par l'un de mes fils qui la fit dans de l'eau de mer alors qu'il était en bas âge.

Du coup j'ai mon Dédé qui, inspiré par le sujet, vient de filer en direction des toilettes pour, je suppose, expérimenter la poussée sous deux angles, le premier une poussée dirigée vers le bas et chargée d'expulser, le second une poussée verticale et dirigée vers le haut chargée de faire remonter, la poussée d'Archimède précisément.

Donc, comme je disais, contrairement à la poussée de Dédé qui est verticale vers le bas, **la poussée d'Archimède est verticale et dirigée vers le**

haut. Mais d'où vient-elle ? La poussée d'Archimède, cela s'entend, car celle de Dédé, elle, est due à un excès de charcuteries bon marché. Enquêtons.

Plongez donc votre canard en plastique favori au fond de votre bain pour une fois, ce qui suppose faire une entorse à votre règle écologique de préférer la douche. Qu'observez-vous ? Le canard remonte, n'est-il pas ? (pour faire un peu british). Mettez maintenant le lingot d'or que vous avez planqué sous le matelas de votre lit. Le lingot coule, n'est-il toujours pas ? Enfilez votre combinaison de plongée en néoprène et lestez-vous de plomb. En y mettant le bon poids de plomb, vous devriez pouvoir vous tenir en équilibre entre le fond de la baignoire et la surface de l'eau. Cela suppose que votre baignoire soit assez grande et assez profonde, c'est déjà de la baignoire américaine, voire arabo-saoudienne.

Et maintenant réfléchissons. Ah je vois que ça vous prend aussi. « Grat, grat, grat ». C'est la femme de ménage qui va être contente ! « Illuminatia ! ». Avant que le canard, par exemple ne soit quelque part dans l'eau, il y avait l'eau. Le canard a donc pris la place d'un volume d'eau. On peut dire qu'il l'a déplacé.

Considérons donc ce volume d'eau déplacé. Avant que le canard ne l'expulse, il était tranquille, il bullait en astiquant ses ongles jusqu'à ce qu'un connard lui donne un coup de coude en lui disant : « Bouge-toi que j'm'y mette ». Il était donc avant cela, en équilibre et au regard de la première loi de Newton, cela signifie que les forces agissant sur lui se compensaient. Mais quelles étaient ces forces ?

L'une est facile à identifier, c'est son poids, au volume déplacé, et compte tenu de ce que nous avions déjà vu au premier épisode intitulé « force et gravité », la valeur en Newton de l'intensité de ce poids est :

$$\boxed{P_{eau} = m_{eau}\, g}$$

Où m_{eau} est la masse d'eau déplacée et g, l'accélération de la pesanteur, valant je rappelle 9,81 $m\ s^{-2}$.

Quant à l'autre force, elle doit bien exister pour compenser ce poids et être verticale, dirigée dans le sens opposé, donc vers le haut, et de même intensité. C'est elle la poussée d'Archimède, mais qu'est ce qui la crée ?

A y regarder de plus près, le volume déplacé n'est pas dans un coin tout seul, soumis à son seul poids comme Georges dans « Gravity ». Il est environné d'eau qui appuie dessus sur tout son pourtour. On parle de forces de pression. Or, on est tous, ou presque (il faut enlever les personnes qui étaient des chats ou des chattes dans leur vie antérieure), aller voir au fond de la piscine, parce que, selon une blague belge encore, dans le fond, on n'est pas si con. Et là, à trois mètres de fond, aïe, aïe, aïe, les oreilles. L'eau exerce sur nos tympans une pression qui finit par devenir insupportable. Il existe un moyen de l'éviter, nous y reviendrons dans un magazine consacré à la pression.

En revanche, à cinquante centimètres sous l'eau, « c'est clean » comme dirait un « djeune », tout ça pour dire que « y a pas bobo sur ses tympans » dans un français bien plus correct.

Donc l'action de l'eau sur les tympans dépend de la profondeur. On pourrait la mesurer. Enfermez un gaz (de l'air par exemple) dans un cylindre avec un piston mobile et étanche. En descendant dans l'eau, vous devriez voir le piston s'enfoncer et pour l'en empêcher, vous pourriez utiliser un ressort reconverti en dynamomètre. Vous mesureriez ainsi la force exercée par l'eau sur votre piston et, en la divisant par l'aire (en m^2) du piston (un simple disque), vous auriez la valeur de la force qui serait exercée sur un piston de un mètre carré de surface, ce qu'on appelle la pression, l'unité étant le Pascal (symbole Pa).

Je résume :

L'eau exerce sur toute surface qui y est plongée et quelque soit l'orientation de la surface, une force par unité de surface appelée pression et dirigée perpendiculairement à la surface. Cette pression est évaluée en Pascal (1 Pascal = 1 Newton par mètre carré, on écrit : 1 Pa = 1 $\mathbf{N\,m^{-2}}$.

Donc, notre canard, entouré lui aussi d'eau et selon la même configuration que l'eau déplacée, doit être soumis aux mêmes forces de pression se répartissant sur tout son pourtour. Il subit donc la même poussée d'Archimède que le volume déplacé, qui je le rappelle est égale au poids de ce volume déplacé. En revanche, le poids du canard ne compense pas ce poids d'eau déplacé. Il lui est moins grand. La poussée d'Archimède l'emporte donc et le canard remonte. En revanche le poids d'un lingot d'or est plus grand que le poids d'eau déplacé et le lingot coule. Pour le plongeur, l'équilibre provient du fait que poids du plongeur et poids d'eau déplacée se compensent.

La question qui vous brûle maintenant les lèvres est la suivante : Un Dédé amené à trois mètres de fond dans la piscine remonterait-il plus vite qu'un Stevie posé au même endroit ? D'abord, celui qui veut amener Dédé à trois mètres au fond d'une piscine, je lui souhaite du plaisir, car Dédé est comme les chats, il a une sainte horreur de l'eau. Il ne prend jamais de bain, car il a peur de s'y noyer et de toute façons aucune baignoire n'est conçue pour l'accueillir, il faudrait du sur-mesure.

Alors pour répondre à la question qui est une expérience de pensée une fois de plus, il nous faut examiner d'un peu plus près ce qui ferait remonter Dédé ou Stevie. Notons pour cela M la masse de Dédé (la majuscule s'impose) et m celle de Stevie.

Deux forces agiraient sur Dédé, la première est son poids d'intensité $M\,g$, la seconde est la poussée d'Archimède, d'intensité $M_{eau}\,g$, où M_{eau} désigne la masse d'eau déplacée par Dédé, et ce n'est pas rien !

Donc au total, puisque Dédé remonte (c'est l'expérience qui le prouve, même si il a avalé 5 L de bières juste avant) c'est que sa masse M est plus légère que la masse M_{eau} d'eau déplacée. Dédé subit donc une force verticale et dirigée vers le haut d'intensité égale à la différence des intensités des deux forces soit :

$$\boxed{F = \; M_{eau}\,g - M\,g = \; (M_{eau} - M)\,g}$$

Or, la deuxième loi de Newton, appliquée à Dédé, même si Dédé tente souvent de s'y soustraire à la loi, mais dans ce cas il n'a pas le choix, donne l'accélération de Dédé qui est verticale et dirigée vers le haut et qui vaut :

$$\boxed{a = \frac{F}{M} = \frac{(M_{eau} - M)\,g}{M} = \left(\frac{M_{eau}}{M} - 1\right)\,g}$$

Or, mon Dédé fait ses 100 kilos, il ressemble à un gros bébé joufflu, le poil en plus, et avec sa taille, il pourrait passer pour le bébé de Gargantua. Quant à la masse d'eau qu'il a déplacée, elle fait intervenir le volume V de Dédé et la masse d'un mètre cube d'eau qui est appelée **masse volumique de l'eau** notée ρ_{eau} (prononcez rho de l'eau) et qui vaut 1000 $kg\ m^{-3}$. Elle vaut alors :

$$M_{eau} = \rho_{eau}\, V$$

Pour connaître cette masse, il nous faut donc connaître le volume de Dédé, alors quelqu'un voit-il comment s'y prendre ? Non, y aurait-il alors pénurie de vocations scientifiques ? Allez, un petit effort, on ne vous demande pas la Lune, encore que, pour prendre le volume de Dédé, il va falloir, je pense, le mettre à poil et la lune de Dédé, c'est un sacré quartier. Je recommande donc aux demoiselles de fermer les yeux pendant l'expérience.

Donc je mets de l'eau dans un gros bac, un très gros bac, tellement énorme qu'on pourrait déjà l'appeler une piscine. Je remplis le bac d'eau jusqu'à 1 mètre. J'y mets Dédé à l'aide d'une grue après l'avoir saoulé de bières et l'immerge complètement, un instant seulement, juste le temps de cocher sur le bac avec un feutre le niveau de l'eau, l'ayant déjà coché avant l'introduction de Dédé. Je ressors mon Dédé furibond et le laisse suspendu à la grue quelques instants, le temps qu'il se calme. Je lui tends une bière juste avant de le détacher afin d'assurer ma sécurité.

Il ne me reste alors plus qu'à remettre le bac à son premier niveau d'eau et noter le volume d'eau qu'il me faut pour emplir le bac jusqu'à son deuxième niveau, et le tour est joué. Ce volume est le volume d'eau déplacé par Dédé. Futé hein !

Bon mettons que j'ai trouvé un volume de 110 L, soit 0,11 mètre-cube, la masse d'eau déplacée est alors de 110 kg et le rapport de la masse de Dédé sur la masse d'eau déplacée vaut :

$$D = \frac{M}{M_{eau}} = \frac{100}{110} = 0{,}909$$

Ce rapport, qui intervient dans l'accélération de Dédé, est appelé **densité** de Dédé **par rapport à l'eau.**

Vous constaterez alors quelque chose qui n'est pas forcément intuitif, surtout s'agissant de Dédé, c'est qu'il est moins dense que l'eau (D < 1). Ceci explique qu'il remonte. Mais faites avaler des chaînes de moto à Dédé, il y a fort à parier, que, son volume ne variant pas mais sa masse oui, le pauvre Dédé se mette à couler comme une pierre, sa densité étant devenue plus grande que 1.

Sans les chaînes, l'accélération de Dédé serait :

$$\boxed{a = \left(\frac{M_{eau}}{M} - 1\right) g = \left(\frac{110}{100} - 1\right) \times 9{,}81 = 0{,}981\ m\ s^{-2}}$$

Donc, mon Dédé fuse avec une vitesse qui augmente de près de 1 mètre par seconde toutes les secondes. Mais attention, ce n'est valable que dans les premières secondes car dès que Dédé commence à avoir une vitesse conséquente, l'eau oppose une résistance (on dit force de frottement fluide) à son déplacement et c'est un peu plus compliqué que cela de la prendre en compte mais patience, un jour….vous découvrirez l'univers merveilleux des équations différentielles.

Regardons alors d'un peu plus près pour voir ce qui fait la densité de Dédé par rapport à l'eau. Tout d'abord, il faut savoir que le corps humain c'est beaucoup de flotte (autour de 60% paraît il, car je ne me suis pas encore amusé à brûler un cadavre fraîchement décédé pour établir cette proportion à partir de la mesure des quantités de gaz carbonique, de vapeur d'eau, de divers gaz sulfurés par exemple et de cendres résultant de la combustion. Bon ça a du être fait car l'info circule sur le net).

Donc ce qui fait la densité plus grande ou moins grande que celle de l'eau, c'est le reste. Alors les plombages de Dédé, et ils sont nombreux, ça plombe la densité, en revanche ses os, ça l'allège. Heureusement qu'il a plus d'os que de plombages, ça lui permet de remonter sous l'action de la poussée d'Archimède, quand il est sous l'eau.

Et Stevie alors ? Pas épais le bonhomme ! Se pourrait-il que la poussée d'Archimède agisse différemment ? Eh bien, non ! Car la proportion de flotte dans Stevie est à peu de choses près la même que celle de Dédé et sa densité par rapport à l'eau fort semblable. Il remontera donc pratiquement avec la même accélération.

Résumons toute l'affaire et en le généralisant à un fluide quelconque (eau, huile, magma terrestre, air…) :

Si un système matériel est immergé complètement dans un fluide, il subit de la part de ce fluide une force verticale dirigée vers le haut et d'intensité égale au poids de fluide déplacé.

Si la densité de ce système par rapport au fluide, définie comme la masse de ce système divisée par la masse du fluide déplacé, est supérieure à 1, le système coule, si elle est égale à 1, le système est en équilibre, si elle est inférieure à 1, le système remonte.

CHAPITRE II : Les manifestations de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est à l'œuvre dans de nombreux phénomènes. Un sous marin se rend plus dense, ou moins dense que l'eau selon qu'il remplit ou non ses ballasts.

Un bateau flotte sur l'eau car sa coque s'enfonce jusqu'à ce que le poids de fluide déplacé (eau et air) vienne exactement compenser son poids, sauf si ce dernier est tel que l'eau s'enfonce jusqu'au pont et, s'engouffrant dans les espaces remplis d'air du bateau, ne le fasse couler. Mais rassurez vous les (bons) ingénieurs veillent à calculer tout cela avant.

Un plongeur peut se servir de la poussée d'Archimède pour monter ou descendre selon qu'il remplit ses poumons d'air ou bien qu'il les vide. S'il les remplit, un volume d'air supplémentaire prend la place d'un même volume d'eau et comme chacun sait, merci Grincheux, 1 L d'air a une masse d'environ 1,3 g et 1 L d'eau, 1kg. On comprend alors aisément pourquoi ça fait remonter.

J'ai d'ailleurs eu moi-même l'occasion d'expérimenter une technique pour descendre au fond de l'eau, équipé d'un scaphandre autonome. Au lieu du classique canard, assez technique mais rapide et efficace, il existe une méthode qui consiste à vider rapidement l'air de ses poumons et se retenir d'inspirer le plus longtemps possible. Cette action fait couler, mais au bord de la suffocation et contraint de respirer à nouveau, on est vite contraint à inspirer de nouveau, ce qui fait remonter. C'est pourquoi l'inspiration doit être brève et aussitôt suivie d'une expiration. Dans ce cas on descend plus qu'on ne remonte. Essayez la prochaine fois de vider l'air de vos poumons à la piscine pour vérifier que vous coulez bien comme une pierre, mais attention ne vous noyez pas, faites vous surveiller par un pote (ou une potesse mais pas une potiche)

Mettez un bout de papier dans un feu et voyez comme les morceaux carbonisés s'élèvent dans le ciel. C'est encore la poussée d'Archimède. L'air qui a été fortement chauffé au dessus des flammes est dilaté donc moins dense que l'air qui l'entoure. Il s'élève ainsi.

C'est le même phénomène qui se produit dans le magma terrestre où la radioactivité génère des points chauds qui s'élèvent vers la surface de la Terre pour parfois trouver leur chemin à l'air libre. C'est le volcanisme.

On utilise aussi ce principe de réchauffement de l'air dans une montgolfière. En revanche ce n'est pas la poussée d'Archimède qui fait voler les avions mais la portance de l'air, qui n'agit que s'il y a déplacement de l'objet dans le fluide et sous certaines conditions, nous y reviendrons. Vous n'avez qu'à constater qu'une montgolfière peut tenir en équilibre, c'est-à-dire immobile par rapport à la Terre, un avion, non.

Nous allons alors montrer dans le chapitre qui suit, par calcul, pourquoi 90% de la masse d'un glaçon ou d'un iceberg se trouve immergée.

CHAPITRE III : La partie immergée de l'iceberg

Pour comprendre comment flotte un iceberg nous allons pour simplifier, l'assimiler à un parallélépipède rectangle. Un paralléléquoi ? me fait un jeune homme avec une tête hirsute au fond. Si un para laid est bipède, un parallélépipède est une sorte de motte de beurre mais sans les bords arrondis et en beaucoup plus dur.

Non je blague, c'est une figure mathématique faisant partie de la famille des volumes cylindriques de base polygonale autrement qualifiés de volumes prismatiques qui sont eux même une sous famille des volumes à surface enveloppe réglée. C'est quand même plus clair comme cela, je vous l'avais dit que les maths c'était fantastique. Mince, y a Dédé qui recommence à se cogner le doigt sur la tempe. Faudrait pas qu'il se fasse un trou ! Alors je reprends ma motte de beurre aux arêtes vives.

Comme chacun sait, mais personne ne sait qui est chacun, le volume d'une telle motte de beurre caractérisée par sa longueur a, sa largeur b et sa hauteur c, est le produit a x b x c. Pour faire simple, nous allons raisonner avec un iceberg de longueur, de largeur et de hauteur 1 m, donc pas de quoi couler un Titanic, c'est déjà çà, et noter x la hauteur immergée. Le raisonnement serait le même avec des dimensions quelconques. La hauteur émergée de l'iceberg est donc (1 – x).

Le volume immergé et évalué en mètre cube est également x et celui émergé (1 – x).

Le poids d'eau déplacée est donc :

$$P_{eau} = \rho_{eau}\, x\ \ g$$

Et le poids d'air déplacé est :

$$P_{air} = \rho_{air}\,(1-x)\, g$$

Et le poids de l'iceberg :

$$P_{ice} = \rho_{ice}\ \ g$$

Où ρ_{eau}, ρ_{ice} et ρ_{air} sont les masses volumiques respectivement de l'eau, 1000 $kg\ m^{-3}$, de l'air, 1,3 $kg\ m^{-3}$ et de la glace, 917 $kg\ m^{-3}$.

Au passage vous noterez qu'un mètre cube d'eau liquide a une masse de 1000 kg et un mètre cube de glace a une masse de 917 kg. Si, si, vous le saviez déjà, la glace prend plus de volume que l'eau liquide qui l'a formée en refroidissant. Vous l'aviez appris à vos dépend en laissant un peu trop longtemps une bouteille de champagne au congélateur et quand vous aviez voulu la reprendre, elle était explosée (Ca arrive aux meilleurs puisque ça m'est arrivé ! Mais on ne fait pas de Sciences sans casser des bouteilles de champagne, ce qui finit par revenir cher).

Donc, puisque l'iceberg miniature est en équilibre, en vertu de la deuxième loi de Newton nous pouvons dire que les forces se compensent et écrire gaillardement :

$$P_{eau} + P_{air} = P_{ice}$$

Soit :

$$\rho_{eau}\, x\ g + \rho_{air}\,(1-x)g = \rho_{ice}\ g$$

Et, en divisant par g, qui finalement ne joue aucun rôle :

$$\rho_{eau}\, x\ + \rho_{air}\,(1-x) = \rho_{ice}$$

D'où en résolvant sur l'inconnue x (Dédé, bouche-toi les yeux) :

$$\boxed{x = \frac{\rho_{ice} - \rho_{air}}{\rho_{eau} - \rho_{air}}}$$

N'êtes-vous pas émus aux larmes devant la beauté de la formule ? Moi ça me le fait encore !

Bon, il est temps de sortir du chapeau de la formule, la hauteur magique de la partie immergée de l'iceberg :

$$\boxed{x = \frac{917 - 1{,}3}{1000 - 1{,}3} = 0{,}917\, m}$$

Il y a donc 91,7 % soit environ 90 % de la masse de l'iceberg qui se trouve immergée. Vérifiez avec un glaçon flottant dans votre verre (sans pastis ni quoi que ce soit d'autre) et vous me direz si Newton s'est trompé.

Alors une question que je soumets à votre sagacité : Et si l'iceberg flottait sur la lune, à supposer qu'on y amène de l'eau, sinon, si c'est trop compliqué, on pourra se contenter d'un glaçon dans un verre, quelle serait en % la partie immergée de l'iceberg ? Tiens, ils l'ont pas faite, semble t'il celle là, à la NASA. Le premier qui trouve, il gagne une tringle à rideau.