Optimisation du transport de l'électricité

1) **Leviers d'optimisation du transport de l'électricité**

Acheminer l'électricité depuis la centrale de production jusqu'à l'utilisateur final, génère des pertes par effet Joule dans les câbles de transport de l'ordre de quelques pourcents de la puissance électrique fournie par la centrale. Afin de minimiser ces pertes, on joue sur quatre leviers :

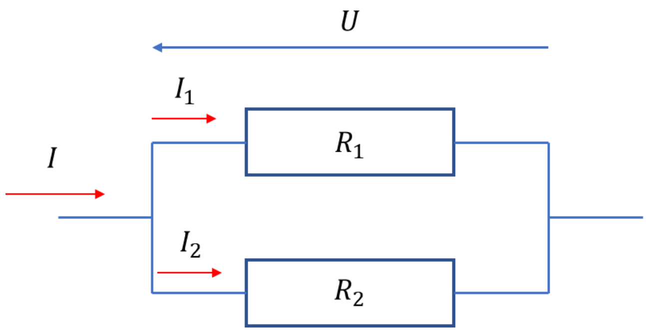
- **Transport de l'électricité sous haute tension** afin d'abaisser le courant parcourant les câbles de transport. Cela se fait au moyen des transformateurs élévateurs de tension et abaisseurs de tension afin de ramener la tension à la valeur requise pour l'utilisateur final.
- **Production et transport de l'électricité en triphasé**, ce qui permet d'économiser des câbles de retour.
- **Dédoublement des câbles de transport** afin de diminuer la résistance de la ligne.
- **Optimisation de la production de différentes sources distributrices** afin de satisfaire les besoins de cibles destinatrices

Les deux premiers points ont été abordé dans le fichier sur le transformateur. Voyons les deux derniers.

2) **Dédoublement des câbles de transport**

Préliminaire :

Soit deux résistors de résistances respectives R_1 et R_2 montés en parallèle (ou dérivation).



Un courant d'intensité I se divise selon la loi des nœuds en deux courants d'intensités respectives I_1 et I_2 et la loi d'Ohm relie ces intensités à la tension commune aux bornes de ces deux résistors selon les lois :

$$U = R_1\, I_1 = R_2\, I_2$$

Ainsi :

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{R_1}\, U + \frac{1}{R_2}\, U = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) U$$

Le dipôle formé de l'assemblage des deux résistors en dérivation suit donc la loi d'un résistor dit équivalent, de résistance R_{eq} telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

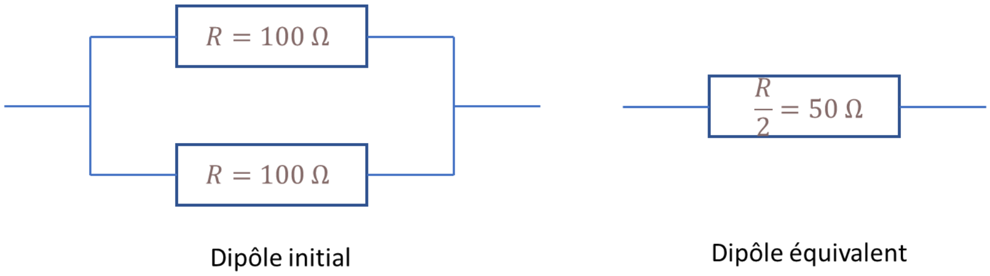
Dans le cas particulier où $R_1 = R_2 = R$ cela s'écrit :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{R}$$

Soit :

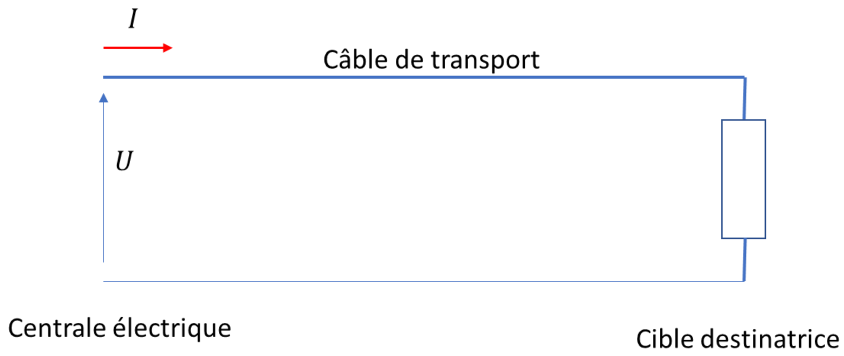
$$\boxed{R_{eq} = \frac{R}{2}}$$

<u>Exemple</u> :

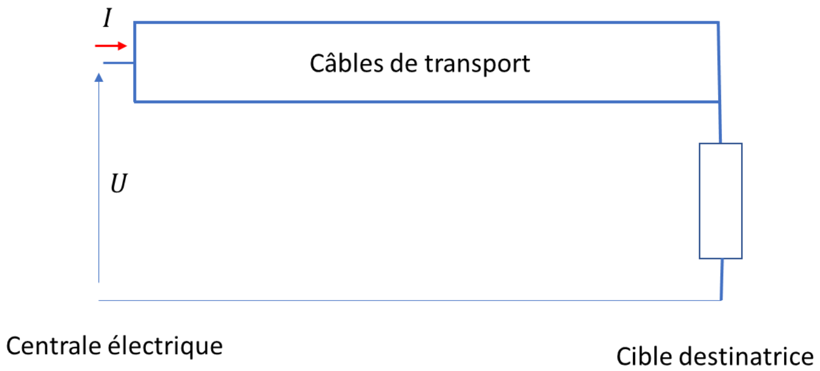


Considérons alors deux réseaux électriques simples, un premier chargé d'acheminer la puissance électrique produite par une centrale à une cible destinatrice via un seul câble de résistance R et un second, chargé de faire la même chose, mais via deux câbles de transport de même résistance R.

<u>1er réseau</u> :



2ème réseau :



La cible destinatrice définit dans les deux cas la puissance P que doit fournir la centrale au réseau et qui s'exprime par la formule $P = U\,I$ dans les deux cas.

La puissance dissipée par effet Joule dans le câble de transport du premier cas est :

$$P_{J1} = R\,I^2$$

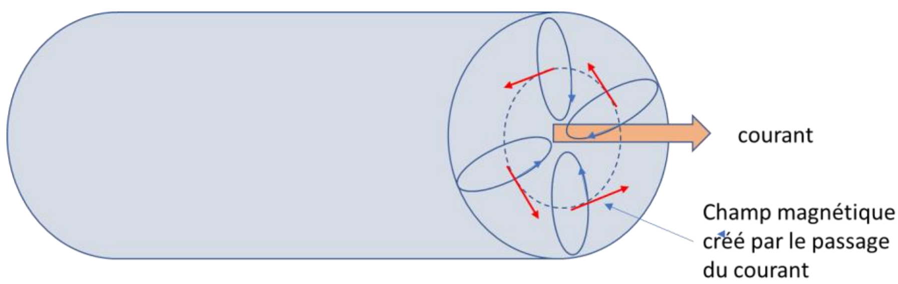
Et dans le second cas :

$$P_{J2} = \frac{R}{2}\,I^2$$

En employant deux câbles de transport au lieu d'un, on divise donc par deux la puissance dissipée par effet Joule car l'ensemble des deux câbles, montés en dérivation se comporte comme un résistor unique de résistance moitié.

Remarque : Si on utilise 3 câbles de même résistance R, on aura le même effet Joule que dans un câble unique de résistance $\frac{R}{3}$

On peut alors se poser la question : pourquoi ne pas créer un câble unique de section double plutôt que deux câbles ? La raison en est un effet électromagnétique qui s'appelle effet de peau. La présence de courants variables dans un câble créé des boucles de courants induits qui ont pour effet de diminuer le passage du courant au centre du câble et de le renforcer en périphérie. Ceci diminue la section efficace du câble (section que devrait avoir le câble et qui serait traversée par la même intensité répartie de façon uniforme) ce qui en augmente la résistance.



Conducteurs à haute tension

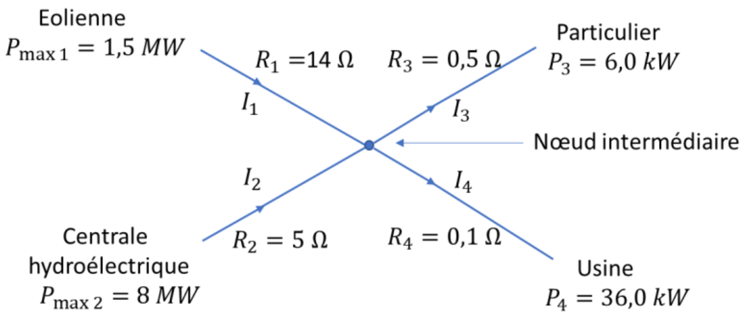
Sur le câble de droite, la partie centrale est en fibre composite et n'est pas conductrice. Son rôle est d'assurer les propriétés mécanique du câble.

Une ligne à haute tension triphasée est généralement constituée d'un ou deux ensembles de trois paires de conducteurs.

3) **Optimisation de la distribution par des sources différentes**

Pour illustrer ce point, on se place dans un cas simple, où deux centres de production d'électricité appelés **sources distributrices**, une éolienne et une centrale hydroélectrique, sont chargés d'alimentés une maison et une usine, appelées **cibles destinatrices**.

Le problème d'optimisation est représenté par un graphe orienté, où on fait apparaitre les puissances maximum P_{max1} et P_{max2} que peuvent produire respectivement l'éolienne et la centrale hydroélectrique ainsi que les puissances P_3 et P_4 maximales recquises respectivement par le particulier et l'usine.



L'optimisation consiste alors à définir quelles intensités I_1 et I_2 doivent fournir respectivement l'éolienne et la centrale hydroélectrique afin de satisfaire les besoins du particulier et de l'usine tout en minimisant la puissance $P_{Jtotale}$ perdue par effet Joule dans les câbles de transport.

Ce problème se traite en exprimant cette puissance à partir des intensités dans les diverses branches appelées **arcs** parvenant ou partant du nœud intermédiaire du graphe orienté :

$$P_{Jtotale} = R_1\, {I_1}^2 + R_2\, {I_2}^2 + R_3\, {I_3}^2 + R_4\, {I_4}^2 = 14\, {I_1}^2 + 5\, {I_2}^2 + 0{,}5\, {I_3}^2 + 0{,}1\, {I_4}^2$$

Cette puissance est une fonction a priori de quatre intensités mais des relations existent entre ces intensités :

- Par la loi des nœuds, on a :

$$\boxed{I_1 + I_2 = I_3 + I_4}$$

- Les puissances requises par le particulier et l'usine imposent les valeurs d'intensités I_3 et I_4. Si on admet que la puissance dissipée par effet Joule sur l'arc aboutissant à une cible est égale à 6 % de sa puissance maximale recquise, on a :

$$R_3\, {I_3}^2 = 0{,}06\, P_3, \quad R_4\, {I_4}^2 = 0{,}06\, P_4$$

Soit :

$$I_3 = \sqrt{\frac{0{,}06\, P_3}{R_3}} \approx 27\ A, \qquad I_4 = \sqrt{\frac{0{,}06\, P_4}{R_4}} \approx 147\ A$$

- La puissance dissipée par effet Joule sur l'arc issu d'une source doit être inférieure à 6 % de la puissance maximale que peut fournir la source :

$$R_1\, {I_1}^2 \leq 0{,}06\, P_{max1}, \quad R_2\, {I_2}^2 \leq 0{,}06\, P_{max2}$$

Soit :

$$I_1 \leq \sqrt{\frac{0{,}06\, P_{max1}}{R_1}} \approx 80\ A\ , \quad I_2 \leq \sqrt{\frac{0{,}06\, P_{max2}}{R_2}} \approx 310\ A$$

L'ensemble de ces relations forme un **système de contraintes** que l'on peut résumer ainsi :

$$\begin{cases} 0 \leq I_1 \leq 80\ A \\ 0 \leq I_2 \leq 310\ A \\ I_1 + I_2 = 174\ A \end{cases}$$

Notons cependant que si I_1 peut bien prendre toutes les valeurs de l'intervalle $[0,80]$ il n'en est pas de même pour I_2 avec les valeurs de l'intervalle $[0,310]$ compte tenu de la dernière contrainte. Toutefois, on a :

$$0 \geq -I_1 \geq -80$$

$$174 \geq 174 - I_1 \geq 174 - 80 = 94$$

Soit :

$$94 \leq I_2 \leq 174$$

L'optimisation revient alors à choisir I_1 ou I_2 comme inconnue et à exprimer la puissance $P_{Jtotale}$ comme fonction de cette inconnue, par exemple :

$$P_{Jtotale} = f(I_1) = 14\, {I_1}^2 + 5\,(174 - I_1)^2 + 0{,}5 \times\ 27^2 + 0{,}1 \times\ 147^2$$

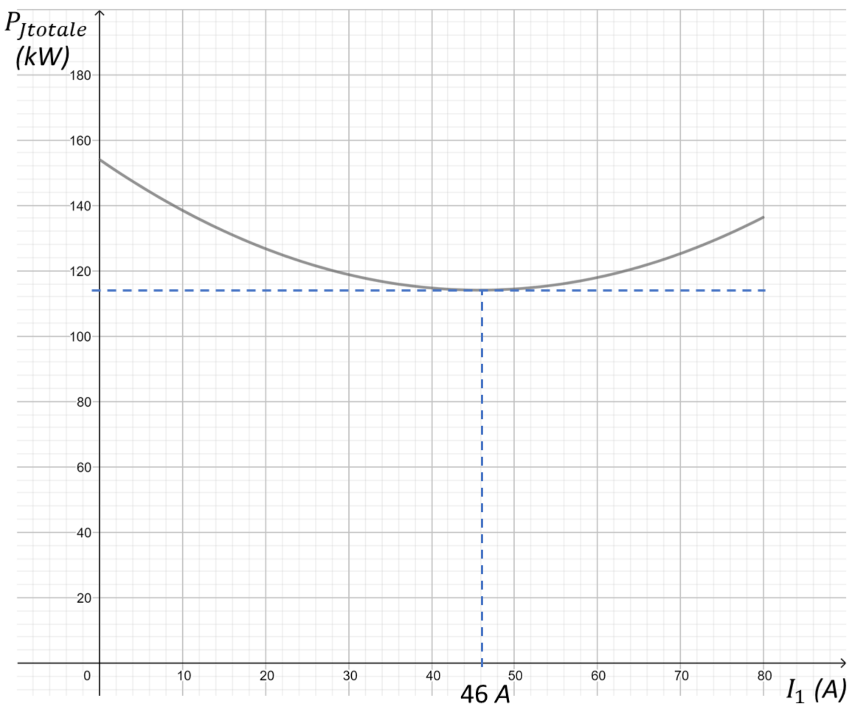
$$= 14\, {I_1}^2 + 5\left(174^2 - 2 \times 174\, I_1 + {I_1}^2\right) + 2520$$

$$= 19\, {I_1}^2 - 1740\, I_1 + 153900$$

On est donc ramené à déterminer sur l'intervalle $[0,80]$ le minimum d'une fonction polynomiale du second degré de la forme :

$$f(I_1) = a\, {I_1}^2 + b\, I_1 + c$$

Cela peut être obtenu de façon graphique en traçant la courbe de cette fonction



ou bien en utilisant le fait que le minimum est obtenu en :

$$I_1 = -\frac{b}{2\,a} = -\frac{-1740}{2 \times 19} \approx 46\ A$$

On en déduit :

$$I_2 = 174 - I_1 = 128\ A$$

C'est donc bien la centrale hydroélectrique dont l'arc de transport est le moins résistant qui produira le plus d'intensité donc de puissance, comme attendu, mais, contrairement à l'intuition, elle ne fournira pas l'intégralité de l'intensité requise pas les cibles.