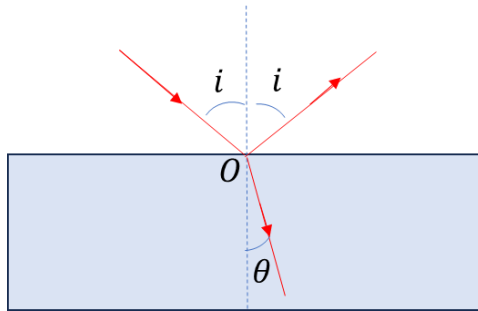


Iridescence par interférences lumineuses

1) Prérequis sur la réflexion et la réfraction

Soit un rayon monochromatique parvenant en un point O de l'interface de deux milieux transparents d'indices n_1 pour le milieu incident et n_2 pour le milieu émergent selon le schéma ci-dessous réalisé dans le plan d'incidence.



En choisissant convenablement l'origine des temps, la perturbation associée à l'onde incidente peut être représentée au point O par une fonction de la forme :

$$E_i(t) = A_i \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) = A_i \cos(2\pi f t)$$

où $A_i > 0$ est l'amplitude de la perturbation, T sa période, f sa fréquence.

Un rayon réfléchi et un rayon transmis (on dit aussi réfracté) sont alors générés et en désignant par i l'angle d'incidence et θ l'angle de réfraction, la loi de Snell-Descartes donne :

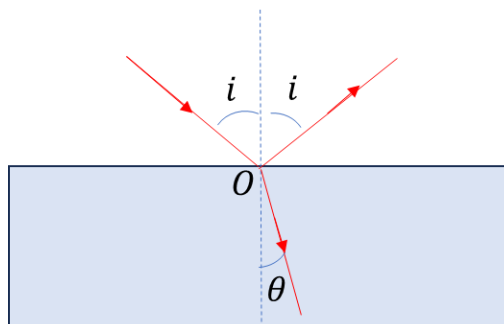
$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\theta)$$

Le rayon transmis est alors en phase avec le rayon incident, ce qui se traduit au point O pour la perturbation associée, par une fonction de la forme, où $A_t > 0$:

$$E_t(t) = A_t \cos(2\pi f t)$$

Pour le rayon réfléchi, il faut distinguer deux cas :

a) premier cas : $n_1 < n_2$

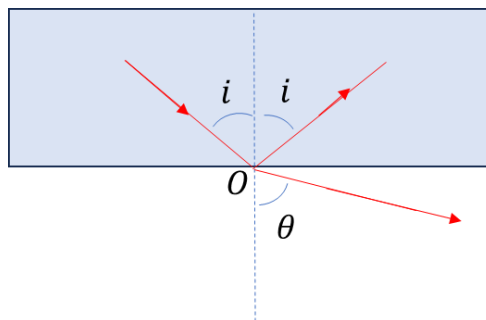


Dans ce cas , le rayon réfracté se rapproche de la normale et le rayon réfléchi est en opposition de phase avec le rayon incident, ce qui se traduit, pour la perturbation associée par la forme mathématique suivante où $A_r > 0$:

$$E_r(t) = -A_r \cos(2 \pi f t) = -A_r \cos(2 \pi f t + \pi)$$

On dit que le rayon réfléchi est déphasé de π .

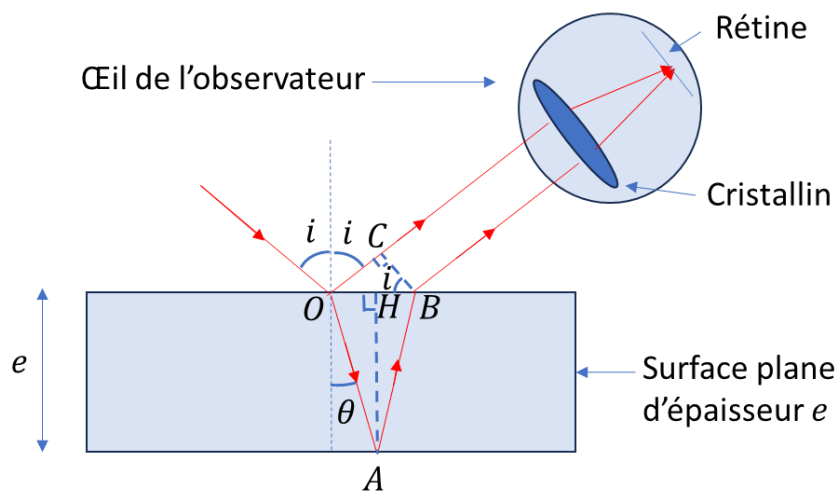
b) second cas : $n_1 > n_2$



Dans ce cas , le rayon réfracté s'éloigne de la normale et le rayon réfléchi est en phase avec le rayon incident, ce qui se traduit, pour la perturbation associée par la forme mathématique suivante où $A_r > 0$:

$$E_r(t) = A_r \cos(2 \pi f t) = A_r \cos(2 \pi f t)$$

2) Application au phénomène d'interférences produites par une fine couche réfléchissante



Un faisceau de lumière incident monochromatique, se propageant dans l'air et formé de rayons parallèles atteignant une couche plane d'épaisseur e se réfléchit pour partie sur sa surface supérieure, et pour une autre partie, se transmet par réfraction dans la couche puis se réfléchit sur la surface inférieure avant de se réfracter à nouveau dans l'air et d'être capté par l'œil d'un observateur.

Isolons un rayon incident, parvenant sur la surface supérieure en un point O sous un angle d'incidence i . Il génère un premier rayon réfléchi sous le même angle i et un rayon réfracté sous un angle θ dans la couche qui est un milieu d'indice n pour la longueur d'onde considérée. Puis le rayon réfracté génère un second rayon réfléchi sur la surface inférieure en un point A , ce rayon se réfractant dans l'air en un point B sous l'angle i .

Notons C le projeté orthogonal de B sur la droite support du premier rayon réfléchi et déterminons la forme mathématique des perturbations en C et en B ainsi que les phases associées.

L'onde incidente a une perturbation en O de la forme :

$$E_i(t, O) = A_i \cos(2 \pi f t)$$

On appelle phase de l'onde incidente en O la quantité :

$$\varphi_i(t, O) = 2 \pi f t$$

La première onde réfléchie a une perturbation en O en opposition de phase avec la précédente car l'indice de réfraction du milieu incident est inférieur à celui du milieu de réfraction, donc une forme mathématique :

$$E_r(t, O) = A_r \cos(2 \pi f t + \pi)$$

Elle parvient en C avec un **retard** :

$$\tau = \frac{OC}{v_{air}}$$

Où v_{air} est la vitesse de propagation dans l'air.

Sa phase est :

$$\varphi_r(t, O) = 2 \pi f t + \pi$$

L'onde réfléchie a donc une perturbation en C de la forme :

$$E_r(t, C) = A_r \cos \left(2 \pi f \left(t - \frac{OC}{v_{air}} \right) + \pi \right)$$

et dont la phase est :

$$\varphi_r(t, C) = 2 \pi f \left(t - \frac{OC}{v_{air}} \right) + \pi$$

L'onde transmise dans la couche a une perturbation en O en phase avec l'onde incidente donc de la forme :

$$E_t(t, O) = A_t \cos(2 \pi f t)$$

Cette onde ne subissant pas de déphasage lors de sa réflexion sur la surface inférieure car l'indice du milieu incident est supérieur à l'indice du milieu de réfraction, sa perturbation a donc en B la forme :

$$E_t(t, B) = A_t \cos\left(2 \pi f \left(t - \frac{OA + OB}{v_e}\right)\right)$$

Où v_e est la vitesse de propagation de l'onde dans la couche.

La phase de cette onde transmise en B est donc :

$$\varphi_t(t, B) = 2 \pi f \left(t - \frac{OA + OB}{v_e}\right)$$

Les perturbations dues à la première onde réfléchie et à l'onde qui s'est propagée dans la couche, réfléchie puis réfractée, se superposent sur la rétine de l'observateur avec la même différence de phase qu'entre les points C et B , qui est :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_t(t, C) - \varphi_t(t, B) = \left(2 \pi f \left(t - \frac{OC}{v_{air}}\right) + \pi\right) - 2 \pi f \left(t - \frac{OA + OB}{v_e}\right) \\ \Delta\varphi &= 2 \pi f \left(\frac{OA + OB}{v_e} - \frac{OC}{v_{air}}\right) + \pi \end{aligned}$$

Faisons alors apparaitre les indices de réfraction :

$$n_{air} = \frac{c}{v_{air}}, \quad n = \frac{c}{v_e}$$

Ainsi que la longueur d'onde dans le vide :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Le déphasage devient :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 2 \pi f \left(n \frac{OA + OB}{c} - n_{air} \frac{OC}{c}\right) + \pi \\ &= 2 \pi \frac{f}{c} (n (OA + OB) - n_{air} OC) + \pi \\ &= \frac{2 \pi}{\lambda} (n (OA + OB) - n_{air} OC) + \frac{2 \pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \left(n(OA + OB) - n_{air} OC + \frac{\lambda}{2} \right)$$

Posons :

$$\delta = n(OA + OB) - n_{air} OC + \frac{\lambda}{2}$$

Le déphasage s'écrit alors :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

La quantité δ est appelée **différence de marche** entre les deux rayons considérés parvenant au même point sur la rétine et nous pouvons alors caractériser en ce point la perturbation résultant de la superposition des deux perturbations.

Cette perturbation est maximale si les rayons interférant sont en phase. On dit alors que les interférences sont **constructives** et cela se traduit par la relation :

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ce qui équivaut à :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2k\pi$$

Soit :

$$\delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Autrement dit :

les interférences sont constructives si la différence de marche est égale en valeur absolue à un nombre entier de longueurs d'onde, soit encore un nombre entier pair de demi longueurs d'onde

La perturbation est minimale si les rayons interférant sont en opposition de phase. On dit alors que les interférences sont **destructives** et cela se traduit par la relation :

$$\Delta\varphi = 2k\pi + \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

ce qui équivaut à :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta = (2k + 1)\pi$$

Soit :

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Autrement dit :

les interférences sont destructives si la différence de marche est égale en valeur absolue à un nombre entier impair de demi longueurs d'onde.

Calculons alors cette différence de marche, en notant les relations géométriques suivantes :

$$\cos(\theta) = \frac{e}{OA}, \quad \sin(i) = \frac{OC}{OB}, \quad OB = 2 OH, \quad \sin(\theta) = \frac{OH}{OA}$$

Ainsi que la loi de Snell-Descartes :

$$n_{air} \sin(i) = n \sin(\theta)$$

On en tire :

$$\begin{aligned} \delta &= 2n OA - n_{air} OC + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n OA - n_{air} OB \sin(i) + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n OA - 2n_{air} OA \sin(\theta) \sin(i) + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n OA - 2n OA \sin(\theta) \sin(\theta) + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n OA (1 - \sin^2(\theta)) + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n OA \cos^2(\theta) + \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

Soit finalement :

$$\delta = 2n e \cos^2(\theta) + \frac{\lambda}{2}$$

3) Application à l'iridescence observée sur les ailes de certains insectes

L'iridescence est le phénomène par lequel les ailes de mouches, de libellules ou de certains papillons semblent changer de couleur selon l'angle d'observation.

Pour le type de papillon morpho, les écailles recouvrant les ailes peuvent être considérées comme une couche mince transparente d'indice de réfraction $n = 1,5$ d'épaisseur $e = 0,085 \mu m = 85 nm$. Pour expliquer ce phénomène, on peut reprendre l'analyse précédente

et, en supposant l'indice de réfraction à peu près constant sur la plage de longueurs d'onde observées, on peut évaluer quelles longueurs d'onde conduisent à des interférences constructives. La condition est :

$$2 n e \cos(\theta) + \frac{\lambda}{2} = 2 k \frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Soit :

$$2 n e \cos(\theta) = (2 k - 1) \frac{\lambda}{2}$$

D'où :

$\lambda = \frac{4 n e \cos(\theta)}{2 k - 1} = \frac{4 \times 1,5 \times 85 \times \cos(\theta)}{2 k - 1} = \frac{510 \cos(\theta)}{2 k - 1} \text{ nm}, \quad k \in \mathbb{N}^*$

Or :

$$n \sin(\theta) = n_{air} \sin(i)$$

Donc :

$$\theta = \text{Arcsin}\left(\frac{n_{air} \sin(i)}{n}\right)$$

L'angle d'incidence pouvant varier entre 0° et 90° , θ varie entre un angle $\theta_{min} = 0$ correspondant à $i = 0^\circ$ (incidence normale) et un angle θ_{max} défini par une incidence rasante de 90° :

$$\theta_{max} = \text{Arcsin}\left(\frac{n_{air} \sin(90^\circ)}{n}\right) = \text{Arcsin}\left(\frac{n_{air}}{n}\right) = \text{Arcsin}\left(\frac{1,0}{1,5}\right) \approx 41,8^\circ$$

Pour $\theta = 0$, les longueurs d'onde donnant des interférences constructives sont donc :

$$\lambda = \frac{510}{2 k - 1} \text{ nm}, \quad k \in \mathbb{N}^*$$

et il n'y en a qu'une dans le domaine visible qui est :

$$\lambda = 510 \text{ nm}$$

ce qui correspond à la couleur cyan.

Pour $\theta = 41,8^\circ$, les longueurs d'onde donnant des interférences constructives sont donc :

$$\lambda = \frac{510 \cos(41,8^\circ)}{2 k - 1} = 380 \text{ nm}$$

et elle se trouve dans le domaine des ultra-violet à la frontière du visible

Les couleurs observées iront donc du cyan au violet selon l'angle d'observation
--

Voilà une photo d'un papillon morpho montrant le phénomène :



Une autre situation où apparait le phénomène d'iridescence est celui des bulles de savon, du carburant formant sur l'eau une fine couche, ou bien des CD

