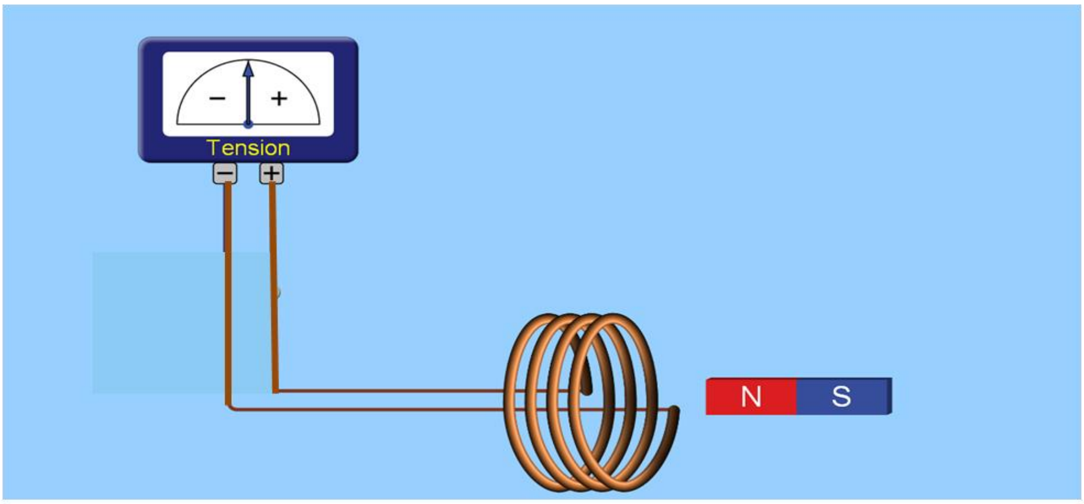
Loi de Faraday-Lenz-Inductance

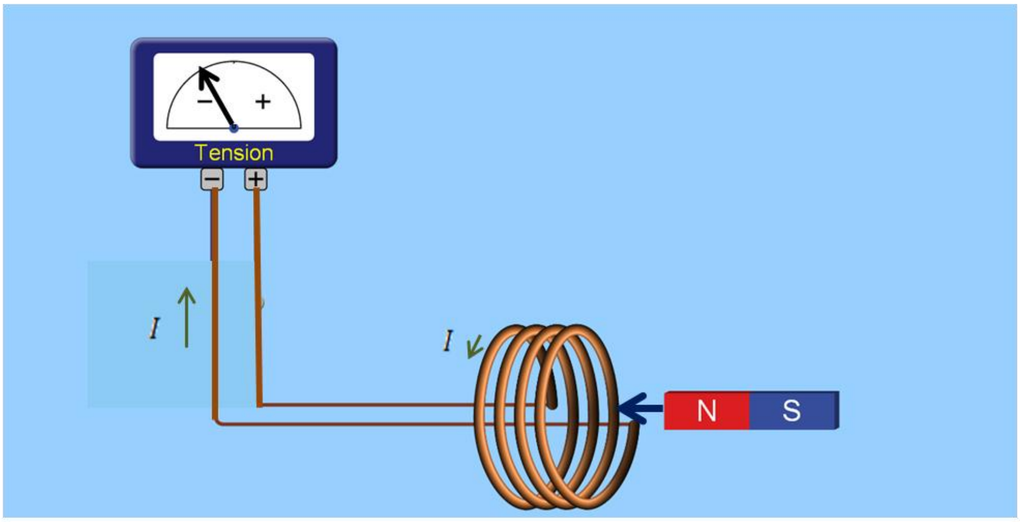
I L'expérience de l'aimant en mouvement devant une spire-Loi de Faraday

On place un aimant droit devant une bobine (plate ou non) dont les bornes sont reliées à un voltmètre. L'aimant restant immobile, on ne constate aucune déviation de l'aiguille du voltmètre.

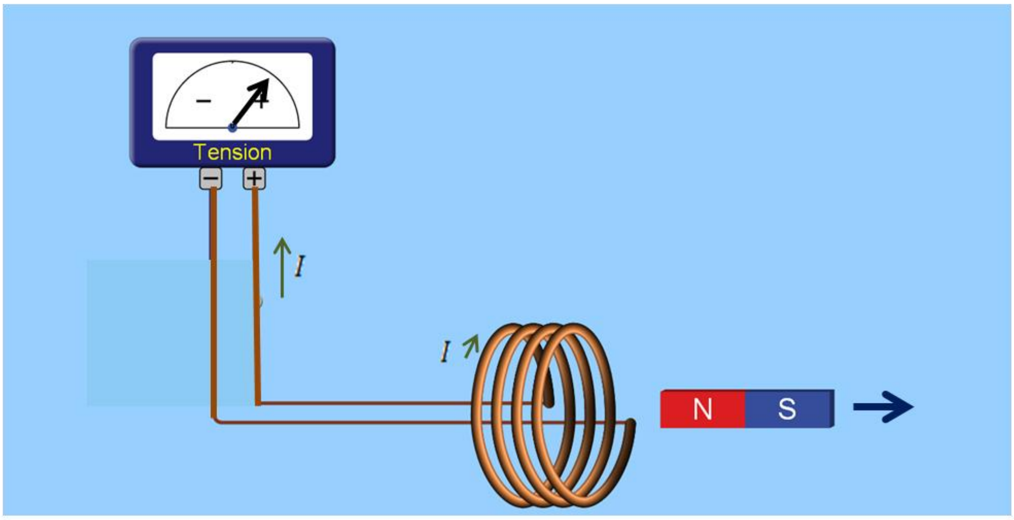


On déplace alors l'aimant selon l'axe de la bobine et on observe une déviation de l'aiguille du voltmètre pendant le déplacement, avec les faits suivants :

- Lorsque le Nord de l'aimant s'approche de la bobine, l'aiguille du voltmètre dévie vers la gauche (le moins sur la figure)



- Lorsque le Nord de l'aimant s'éloigne de la bobine, l'aiguille du voltmètre dévie vers la droite (le plus sur la figure)



- Si on recommence l'expérience en retournant l'aimant pour présenter une face Sud à la bobine, on constate pour les deux expériences précédentes des déviations contraires de l'aiguille du voltmètre.
- Si on effectue les expériences avec différentes vitesses d'approche ou d'éloignement on constate des déviations plus amples de l'aiguille du voltmètre

- Si on reprend les expériences avec une bobine analogue mais de section plus petite, on constate des déviations plus faibles pour l'aiguille du voltmètre

Les expériences conduisent à formuler la loi suivante dit de Faraday :

Si le flux crée par le champ magnétique à travers un circuit fermé varie, alors il apparaît au sein de ce circuit un champ électromoteur qui induit un courant dans ce circuit.

Notant A la borne positive du voltmètre et B sa borne négative, et considérant une ligne de courant joignant A à B via la bobine, nous avons, par définition de la tension, en désignant par $\overrightarrow{E_S}$ le champ électrostatique régnant le long de la ligne de courant :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \overrightarrow{E_S} \cdot \overrightarrow{dM}$$

Or pour les électrons, qui sont les porteurs de charge mobiles à l'origine du courant électrique, nous avons à tout instant, en négligeant leur inertie :

$$-e\,\overrightarrow{E_S} - e\,\overrightarrow{E_m} + \vec{f} = \vec{0}$$

où $\overrightarrow{E_m}$ désigne le champ électromoteur et $\vec{f}$ la force de résistance opposée par le milieu à l'avancée des électrons. Mais, le système étant fermé sur un voltmètre qui est assimilable à une résistance de très grande valeur, le courant I parcourant le circuit à tout instant est très faible et $\vec{f}$ est négligeable devant les autres forces. On peut ainsi écrire en intégrant :

$$-e\int_A^B \overrightarrow{E_S} \cdot \overrightarrow{dM} - e\int_A^B \overrightarrow{E_m} \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

D'où on déduit la circulation du champ électromoteur le long d'une ligne de courant entre A et B via la bobine :

$$\int_A^B \overrightarrow{E_m} \cdot \overrightarrow{dM} = -\int_A^B \overrightarrow{E_S} \cdot \overrightarrow{dM} = -\,U_{AB}$$

Cette circulation est appelée force électromotrice agissant dans la bobine entre A et B et est notée e_{AB}. C'est une grandeur algébrique. Les expériences décrites précédemment conduisent alors à formuler la loi de Faraday sous la forme mathématique suivante :

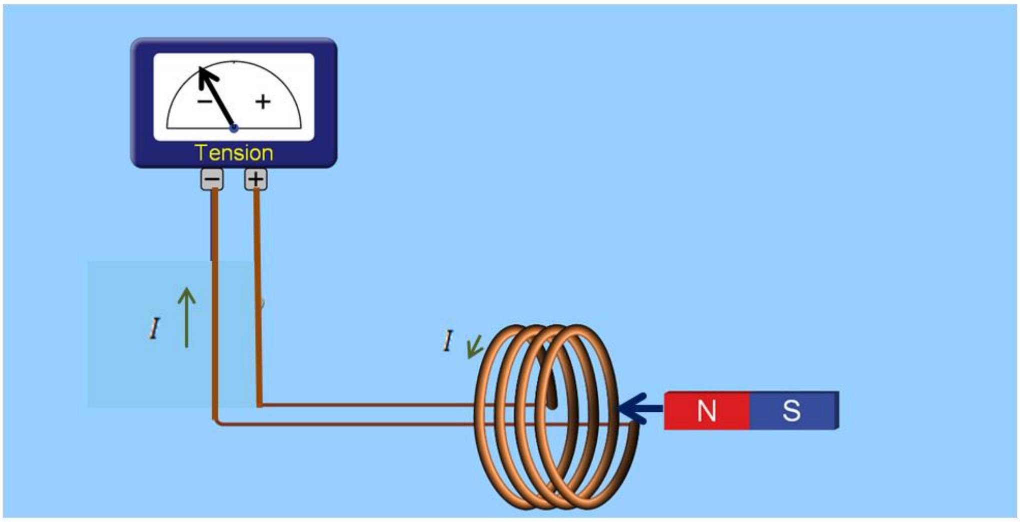
$$\boxed{e_{AB} = -\,\frac{d\Phi}{dt}}$$

où Φ désigne le flux du champ magnétique créé par l'aimant à travers les N spires de la bobine, la normale servant au calcul du flux étant définie par le sens de parcours des spires en allant de A à B

II Loi de Lenz

Reprenant l'expérience précédente, la loi de Lenz énonce que le courant induit est tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui a donné naissance. Expliquons cela précisément.

Reprenons la première situation



A l'approche de l'aimant, en prenant pour normale un vecteur unitaire colinéaire et de même sens au vecteur vitesse de l'aimant, le flux du champ magnétique créée par l'aimant à travers les trois spires augmentent. Pour s'opposer à cet effet, un courant I naît de telle sorte faire baisser le flux en produisant un champ magnétique de sens contraire à celui produit par l'aimant. La règle des doigts de la main droite posés sur la bobine avec le pouce pointant vers la droite donne le sens du courant induit.

En revanche, si l'aimant s'éloigne de la bobine, le flux diminue et le courant induit s'établit pour le faire augmenter donc en produisant un champ magnétique de même sens que celui créé par l'aimant.

III Explication de la loi Faraday-Lenz par la force de Lorentz

Reprenant l'expérience précédente en en changeant le point de vue. Plaçons nous dans le repère de l'aimant. Ce dernier est donc dans son référentiel, à l'origine d'un champ magnétostatique (dont la valeur en un point ne varie pas dans le temps. L'aimant voit dans son référentiel à un instant donné t, la bobine animée d'un vecteur vitesse $\vec{v}$. Un électron libre de la bobine est alors soumis à une force de Lorentz :

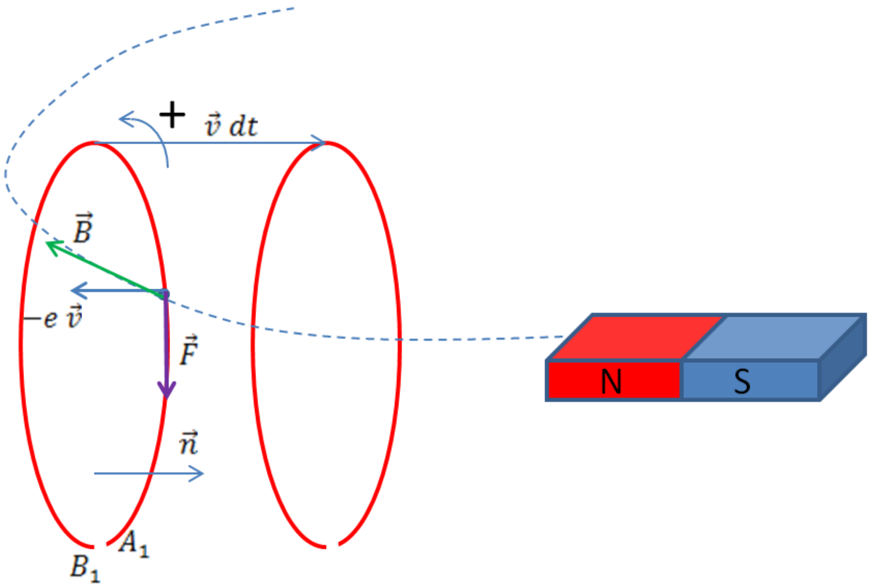
$$\overrightarrow{F_L} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\vec{B}$ étant la valeur du champ magnétique créé par l'aimant au point où se trouve l'électron.

Les spires de la bobine étant supposées jointives et filiformes, nous allons assimiler une spire à un cercle coupé en un point. Considérons ce cercle entre les instants t et $t + dt$ et orientons le dans un sens arbitraire. La règle des doigts de la main droite posés sur le cercle définit par la direction du pouce une normale $\vec{n}$. Posons :

$$\vec{v} = v\,\vec{n}$$

v pouvant être positif ou négatif selon que le cercle se rapproche ou s'éloigne de l'aimant. Désignons par A_1 le point origine du cercle (là où se trouve la coupure) et par B_1 le point extrémité. Le parcours de A_1 à B_1 se fait ainsi dans le sens de l'orientation choisie.

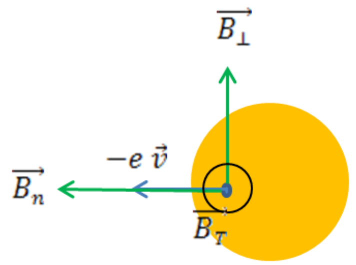


Décomposons le champ magnétique où se trouve l'électron en trois :

$$\vec{B} = \overrightarrow{B_T} + \overrightarrow{B_n} + \overrightarrow{B_\perp}$$

où $\overrightarrow{B_n}$ est colinéaire à $\vec{v}$, $\overrightarrow{B_T}$ tangent au cercle et $\overrightarrow{B_\perp}$ orthogonal aux deux précédents. La force de Lorentz s'écrit alors :

$$\overrightarrow{F_L} = -e\,\vec{v} \wedge \left(\overrightarrow{B_T} + \overrightarrow{B_n} + \overrightarrow{B_\perp}\right) = -e\,\vec{v} \wedge \overrightarrow{B_T} - e\,\vec{v} \wedge \overrightarrow{B_\perp}$$



Cette force fait apparaître deux composantes, une dans le plan de section droite du conducteur et qui est sans effet pour déplacer l'électron selon une direction parallèle à la ligne moyenne du conducteur, et une seconde qui est selon cette direction et produit de ce fait le courant induit. Par définition, le champ électromoteur induit est tel que :

$$\overrightarrow{F_L} = -e\,\overrightarrow{E_m}$$

Il vaut donc là où se trouve l'électron :

$$\overrightarrow{E_m} = \vec{v} \wedge \overrightarrow{B_T} + \vec{v} \wedge \overrightarrow{B_\perp}$$

Par définition, la force électromotrice le long du circuit entre les points A_1 et B_1 est le travail de ce champ électromoteur de A_1 et B_1, soit :

$$e_{A_1B_1} = \int_{A_1}^{B_1} \overrightarrow{E_m} \cdot d\overrightarrow{M} = \int_{A_1}^{B_1} \vec{v} \wedge \overrightarrow{B_\perp} \cdot d\overrightarrow{M}$$

En se servant des propriétés du produit mixte :

$$e_{A_1B_1} dt = \int_{A_1}^{B_1} \left(\vec{v}\,dt, \overrightarrow{B_\perp}, d\overrightarrow{M}\right) = \int_{A_1}^{B_1} \left(d\overrightarrow{M}, \vec{v}\,dt, \overrightarrow{B_\perp}\right)$$

$$= \int_{A_1}^{B_1} d\overrightarrow{M} \wedge v\,\vec{n}\,dt \cdot \overrightarrow{B_\perp}$$

Désignons alors par $\vec{n}^{\,+}$ la normale sortante à la surface Σ engendrée par le déplacement de la ligne de courant suivie par l'électron entre les instants t et $t + dt$ et désignons par $dS\,\vec{n}^{\,+}$ le vecteur surface élémentaire formé sur $d\overrightarrow{M}$ et $v\,\vec{n}\,dt$. On a alors :

$$dS\,\vec{n}^{\,+} = d\overrightarrow{M} \wedge v\,\vec{n}\,dt$$

Ainsi :

$$e_{A_1B_1}dt = \int_{A_1}^{B_1} dS\,\vec{n}^{\,+}\cdot\overrightarrow{B_\perp} = d\Phi_\Sigma$$

où $d\Phi_\Sigma$ désigne le flux du champ magnétique à travers Σ orientée par $\vec{n}^{\,+}$. Notons $S(t)$ une surface quelconque s'appuyant sur le cercle à l'instant t et $S(t+dt)$ la même surface à l'instant $t+dt$. Les trois surfaces $S(t), S(t+dt)$ et Σ entourent un volume. Le flux sortant du champ magnétique aux travers de ces trois surfaces est donc nul. Notons $\Phi_{S(t)}$ le flux du champ magnétique à travers $S(t)$ orientée par la normale $\vec{n}$ et $\Phi_{S(t+dt)}$ le flux du champ magnétique à travers $S(t+dt)$ orientée par la même normale $\vec{n}$. On a alors :

$$\Phi_{S(t+dt)} - \Phi_{S(t)} + d\Phi_\Sigma = 0$$

Il en découle :

$$e_{A_1B_1}dt = -\left(\Phi_{S(t+dt)} - \Phi_{S(t)}\right) = -d\Phi_{\Phi_{S(t)}}$$

Soit :

$$e_{A_1B_1} = -\frac{d\Phi_{\Phi_{S(t)}}}{dt}$$

IV Auto-induction dans une bobine-Cas d'un solénoide

Lorsqu'une bobine fait partie d'un circuit électrique fermé ou règne un courant non nécessairement négligeable, ce courant génère à travers les spires de la bobines un champ magnétique. Si la bobine a une longueur grande devant son diamètre (plusieurs fois son diamètre) on parle de solénoïde. A l'intérieur d'un tel dispositif, on vérifie expérimentalement que le champ magnétique est relativement constant, les lignes de champ étant des droites parallèles à l'axe du solénoïde. Si le l'intérieur du solénoïde n'est constitué que d'air (assimilable au vide), on observe expérimentalement la loi :

$$\boxed{\|\vec{B}\| = \mu_0\,\frac{N}{L}\,I}$$

N étant le nombre de spires, L la longueur du solénoïde, I l'intensité du courant parcourant les spires et μ_0 un e constante qualifiée de perméabilité magnétique du vide de valeur :

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}\ SI}$$

Le flux du champ magnétique au travers des N spires est alors :

$$\boxed{\Phi = \mu_0 \frac{N}{L} I \times N \ S = \mu_0 \, n^2 \, L \, S \, I}$$

Où $n = N/L$ désigne le nombre de spires par unité de longueur

On appelle inductance la quantité :

$$\boxed{L = \mu_0 \, n^2 \, L \, S}$$

Elle se mesure en Henri (symbole H) Le flux devient :

$$\boxed{\Phi = L \, I}$$

La loi de Faraday indique que dans la bobine, agit entre sa borne A et sa borne B une force électromotrice e_{AB} définie par :

$$e_{AB} = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{d\mathrm{I}}{dt}$$

Les expériences sur des bobines dont tensions et intensités peuvent être visualisées à l'aide d'un oscilloscope conduisent à valider la loi suivante :

$$\boxed{U_{AB} = r \, I - e_{AB} = r \, I_{AB} + L \frac{d\mathrm{I}}{dt}}$$

I désignant l'intensité algébrique du courant allant de A vers B à travers la bobine.

Afin de renforcer le phénomène d'auto-induction, on insère à l'intérieur de la bobine un matériau ayant la propriété de s'aimanter, comme du fer doux. Le champ magnétique constant induit dans la bobine est alors plus intense de la forme :

$$\boxed{\left\|\vec{B}\right\| = \mu \frac{N}{L} I}$$

Avec :

$$\mu > \mu_0$$

μ est appelée perméabilité magnétique du matériau