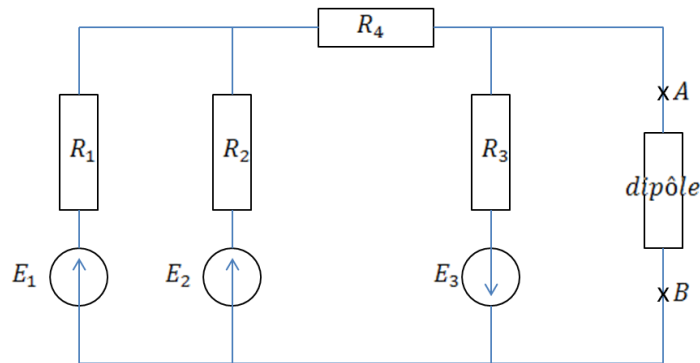


Devoir sur Table A12- 17 Juin 2018
Enseignant (L.Gry)

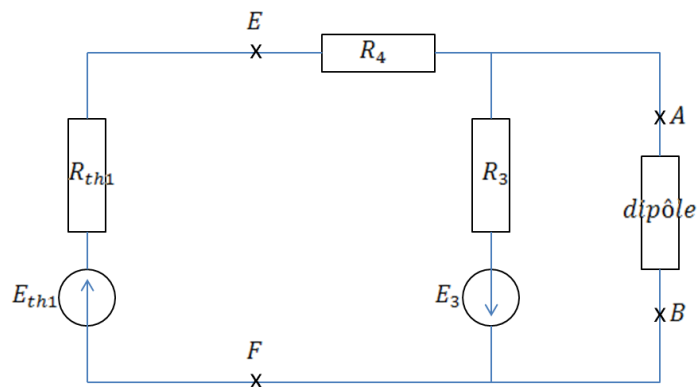
Exercice 1 : Théorème de Thévenin (6 pts)

On considère le circuit suivant formé de générateurs de tension idéaux et de résistors ainsi que d'un dipôle quelconque.

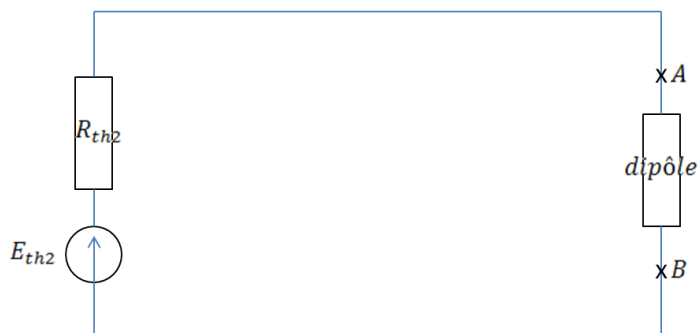


Le but de l'exercice est de déterminer le générateur de Thévenin équivalent alimentant le dipôle

- 1) Remplacer la maille la plus à gauche par un générateur de thévenin équivalent de telle sorte que le circuit devienne le suivant (on explicitera donc E_{th1} et R_{th1} en fonction des paramètres) :



- 2) Remplacer à nouveau la maille de gauche par un générateur de Thévenin équivalent de telle sorte que le circuit devienne le suivant :

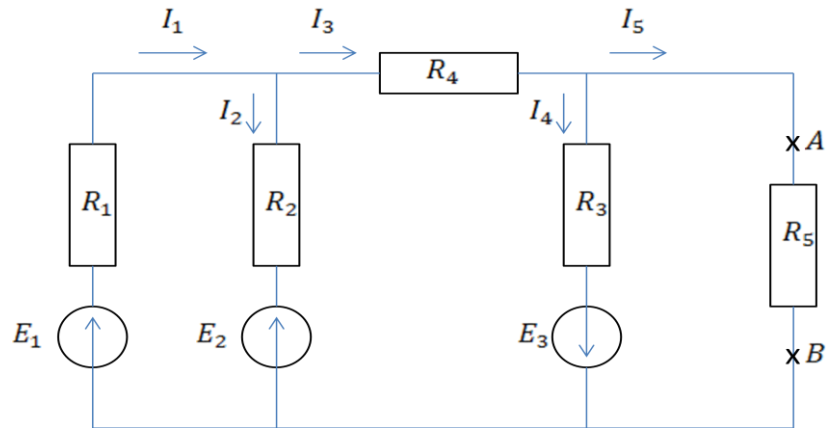


- 3) On suppose maintenant que le dipôle est un résistor de résistance R_5 . Déterminer l'intensité traversant ce dipôle de A vers B . Faire l'application littérale puis numérique avec les valeurs :

$$R_1 = R_4 = R_5 = 2 R_2 = 3 R_3 = 30 \Omega$$

$$E_1 = 2 E_2 = 3 E_3 = 12 V$$

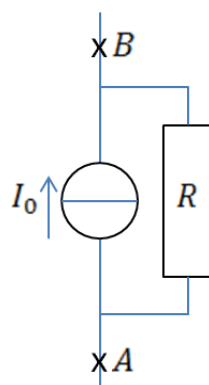
- 4) On se propose maintenant d'établir le système d'équation donnant les courants dans chaque branche définis sur le schéma suivant :



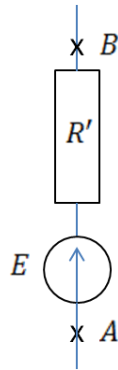
Etablir formellement un système de 5 équations aux 5 inconnues I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 en utilisant la loi des nœuds et la loi des mailles (On ne demande pas de résoudre le système mais on précisera les nœuds et les mailles choisies en introduisant des points du circuit)

Exercice 2 : Equivalence générateur de courant- générateur de tension (2 pts)

Un générateur de courant idéal est un générateur délivrant un courant d'intensité constante I_0 . Afin de modéliser un générateur réel, on le met en parallèle avec un résistor de résistance R selon le schéma :



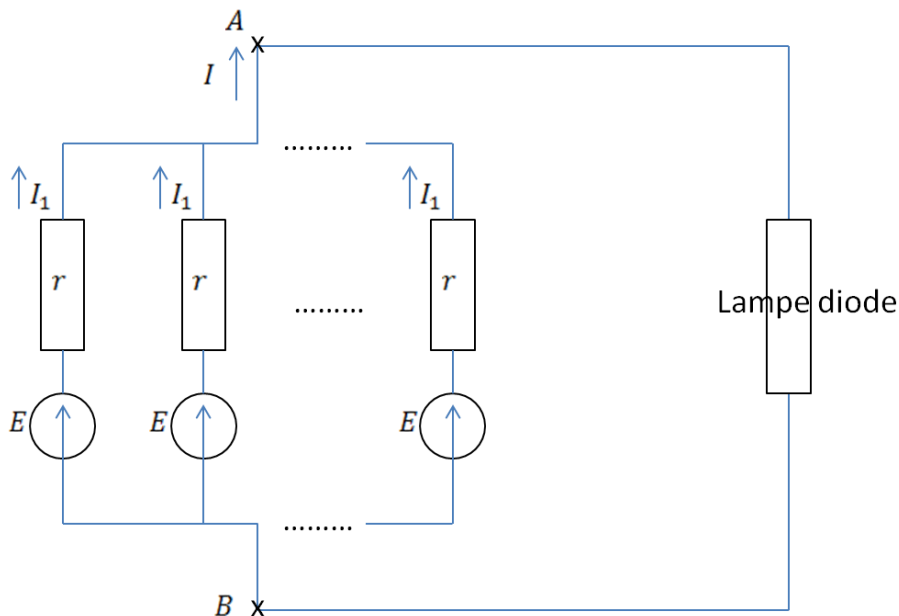
- 1) En utilisant la loi des nœuds et la loi des mailles, établir la relation entre la tension U_{AB} et l'intensité I_{AB} pour un tel générateur
- 2) En déduire qu'il est équivalent à un générateur de tension de la forme :



On précisera les expressions de R' et E en fonction de I_0 et R .

Exercice 3 : pile de Volta et résistance interne (5 pts)

Dans une pile de Volta, la résistance interne a une valeur importante. Ainsi, si une tension de $0,75\text{ V}$ est suffisante pour allumer une diode, et un assemblage d'une rondelle de cuivre et d'une rondelle de zinc séparés par du papier imbibé d'acide produit une tension à vide de $0,75\text{ V}$ (force électromotrice mesurée à l'aide d'un voltmètre), cet assemblage ne permet pas d'allumer la diode car la tension délivrée est bien inférieure à la tension à vide. Pour pallier à cet inconvénient, on réalise une mise en série de N assemblages selon le schéma ci-dessous, où chaque assemblage est modélisé par un générateur idéal de force électromotrice $E = 0,75\text{ V}$, mis en série avec une résistance r représentant sa résistance interne.

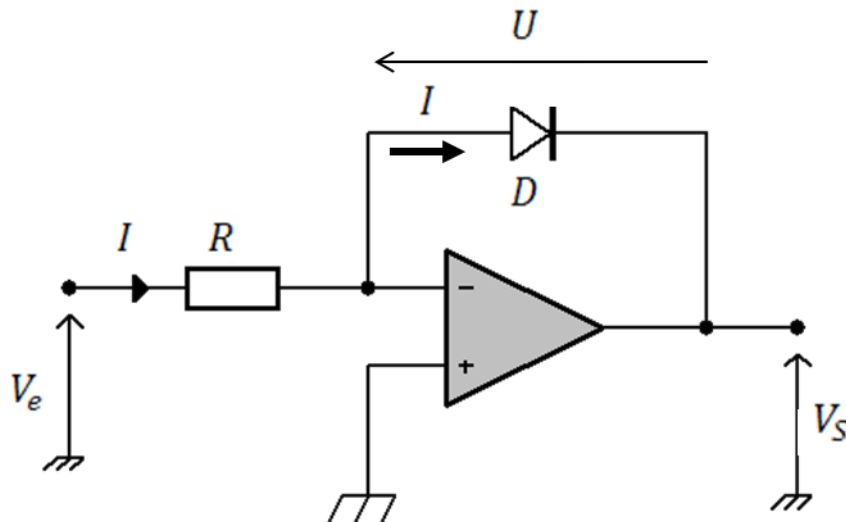


- 1) Etablir la relation entre la tension U_{AB} délivrée par l'ensemble des assemblages à la lampe, la force électromotrice E et le courant I_1 délivré par chaque assemblage.
- 2) Par une loi de nœud, Déterminer le courant I délivré à la lampe en fonction de I_1 et de N
- 3) En déduire la caractéristique du générateur formé par la mise en parallèle des assemblages, c'est-à-dire la relation entre la tension U_{AB} et l'intensité I

- 4) On suppose la diode de résistance R . En utilisant la loi de Pouillet, Déterminer l'intensité I en fonction de E, r, R, N .
- 5) Vers quelle valeur I_{lim} tend I quand N tend vers l'infini ?
- 6) On suppose $r = 0,1 R$. Quelle serait la valeur minimale de N pour que $I = I_{lim}$ à 2% près

Problème : Amplificateur opérationnel logarithmique et montage multiplieur de tensions (7 pts)

On réalise le montage suivant avec un amplificateur opérationnel, une résistance R et une diode D



Le but de l'exercice est de déterminer la relation entre tension de sortie V_S et tension d'entrée V_e

1) Etude de la diode

La caractéristique de la diode, c'est-à-dire la relation entre la tension U à ses bornes et l'intensité I la traversant en convention récepteur (voir montage ci-dessus) est de la forme :

$$I = I_{sat} \left(\exp\left(\frac{U}{U_0}\right) - 1 \right)$$

U_0 valant 26 mV environ et I_{sat} ayant une valeur de l'ordre de $10 \text{ nA} = 10^{-8} \text{ A}$

- a) Etudier la fonction $I = f(U)$ ci-dessus et dresser son tableau de variation en y faisant apparaître les valeurs limites puis faire un tableau de signe de f
- b) En déduire ce que représente physiquement I_{sat}
- c) Donner l'allure de la fonction f
- d) Justifier que pour $U > 10 U_0$ on a :

$$I \approx I_{sat} \exp\left(\frac{U}{U_0}\right)$$

On se place dans cette situation pour la suite.

2) Etude du montage

e) On note V^+ le potentiel de l'entrée non inverseuse de l'AOP (entrée +) et V^- le potentiel de l'entrée inverseuse de l'AOP (entrée -), i^+ le courant entrant dans l'AOP à sa borne + et i^- celui entrant à la borne -. Rappeler les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel idéal et en déduire :

- la valeur de V^-
- une relation entre V_e , R et I

f) Exprimer U en fonction de V_S

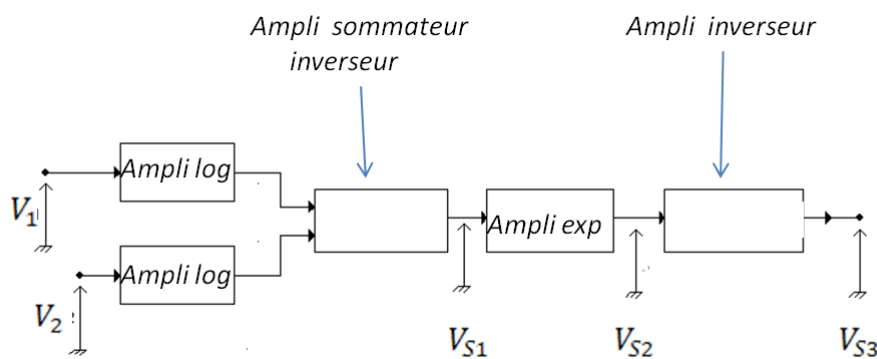
g) En déduire une relation de la forme :

$$V_S = -a \operatorname{Ln} \left(\frac{V_e}{b} \right)$$

où on explicitera a et b à partir de R et des paramètres de la diode

3) Application à un montage multiplieur de tensions

Afin de multiplier deux tensions d'entrée V_1 et V_2 on procède au montage suivant



h) En considérant le signe de a obtenu à la question g) justifier le qualificatif inverseur de l'ampli log

i) On suppose que les deux Ampli log sont identiques et réalisent la fonction vue en 2) Déterminer, en fonction de V_1 et V_2 , la tension V_{S1} à la sortie de l'amplificateur sommateur inverseur.

j) On admet que l'ampli exp réalise la fonction :

$$V_{S2} = -b \operatorname{Exp} \left(\frac{V_{S1}}{a} \right)$$

a et b étant les mêmes paramètres qu'à la question g)

Quelle est, en fonction de V_1 et V_2 , la tension V_{S2} à la sortie de l'ampli exp ?

k) En déduire, en fonction de V_1 et V_2 , la tension V_{S3} à la sortie du multiplieur et conclure sur la fonction réalisée par le montage étudié.

Corrigé

Exercice 1 :

- 1) La résistance de Thévenin est la résistance équivalente du dipôle à forces électromotrices éteintes. Le dipôle est alors formé des résistances R_1 et R_2 en parallèle donc :

$$R_{th1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

La force électromotrice de Thévenin est la tension U_{EF} produite par la maille de gauche en ouvrant le circuit en E . La loi de Pouillet donne alors le courant dans la maille de gauche orientée dans le sens horaire :

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

La loi d'additivité des tensions donne ensuite :

$$E_{th1} = U_{EF} = R_2 I + E_2 = R_2 \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} + E_2 = \frac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{R_1 + R_2}$$

- 2) On reprend le même procédé et on a :

$$R_{th2} = \frac{(R_{th1} + R_4) R_3}{R_{th1} + R_4 + R_3}$$

$$I = \frac{E_{th1} + E_3}{R_{th1} + R_4 + R_3}$$

$$E_{th2} = U_{AB} = R_3 I - E_3 = R_3 \frac{E_{th1} + E_3}{R_{th1} + R_4 + R_3} - E_3 = \frac{R_3 E_{th1} - (R_{th1} + R_4) E_3}{R_{th1} + R_4 + R_3}$$

- 3) La loi de Pouillet donne :

$$I_{AB} = \frac{E_{th2}}{R_{th2} + R_5}$$

Application numérique :

$$R_1 = R_4 = R_5 = 30 \Omega$$

$$R_2 = 15 \Omega, R_3 = 10 \Omega$$

$$E_1 = 12 V, E_2 = 6 V, E_3 = 4 V$$

$$R_{th1} = \frac{30 \times 15}{30 + 15} = \frac{30 \times 15}{45} = 10 \Omega$$

$$E_{th1} = \frac{15 \times 12 + 30 \times 6}{30 + 15} = \frac{360}{45} = 8 V$$

$$R_{th2} = \frac{(10 + 30) \times 10}{10 + 30 + 10} = \frac{400}{50} = 8 \Omega$$

$$E_{th2} = \frac{10 \times 8 - (10 + 30) \times 4}{10 + 30 + 10} = \frac{-80}{50} = -1,6 V$$

$$I_{AB} \approx \frac{-1,6}{8 + 30} \approx 0,042 A \approx 42 mA$$

4) En considérant les mailles de gauche à droite :

Loi de la première maille :

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + E_2 - E_1 = 0$$

Loi de la seconde maille :

$$-R_2 I_2 + R_4 I_3 + R_3 I_4 - E_3 - E_2 = 0$$

Loi de la troisième maille :

$$-R_3 I_4 + R_5 I_5 + E_3 = 0$$

En considérant les deux nœuds du haut :

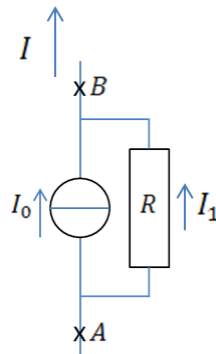
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Nous aboutissons bien à un système de 5 équations aux 5 inconnues d'intensité.

Exercice 2

1) Soit I_1 l'intensité traversant la résistance R de A vers B et I celle délivrée par le générateur de A vers B



La loi du nœud B donne :

$$I = I_0 + I_1$$

La loi tension intensité du résistor s'écrit :

$$U_{AB} = R I_1$$

Donc :

$$I_1 = \frac{1}{R} U_{AB}$$

et :

$$I = I_0 + \frac{1}{R} U_{AB}$$

Soit :

$$U_{AB} = R I - R I_0$$

- 2) Le générateur est donc équivalent à un générateur de tension idéal de fém $E = R I_0$ mis en série avec une résistance R

Exercice 3

- 1) La loi d'additivité des tensions appliquée à un assemblage donne :

$$U_{AB} = E - r I_1$$

- 2) La loi des nœuds donne :

$$I = N I_1$$

- 3) On en déduit :

$$U_{AB} = E - \frac{r}{N} I$$

- 4) La loi de Pouillet donne :

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{N}}$$

- 5) Si N tend vers l'infini, l'intensité tend vers la valeur :

$$I_{lim} = \frac{E}{R}$$

- 6) Ecrivons

$$I = 0,98 I_{lim}$$

$$\frac{E}{R + \frac{r}{N}} = 0,98 \frac{E}{R}$$

$$0,98 \left(R + \frac{r}{N} \right) = R$$

$$0,98 \frac{r}{N} = 0,02 R$$

$$N = 49 \frac{r}{R} = 4,9$$

Il faut donc au minimum 5 assemblages.

Problème :

1) a) On dérive :

$$f(U) = I_{sat} \left(\exp\left(\frac{U}{U_0}\right) - 1 \right)$$

$$f'(U) = \frac{I_{sat}}{U_0} \exp\left(\frac{U}{U_0}\right) > 0$$

Donc f est strictement croissante sur \mathbb{R} . Les limites sont :

$$\lim_{U \rightarrow +\infty} f(U) = +\infty$$

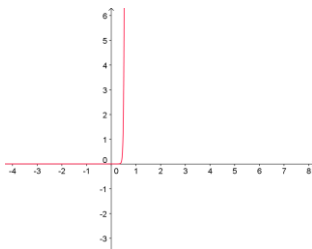
$$\lim_{U \rightarrow -\infty} f(U) = -I_{sat}$$

Le signe de f est donc donné par :

U	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f(U)$	$-$	0	$+$

b) $-I_{sat}$ représente le courant traversant la diode pour une tension négative, il est appelé courant de saturation

c) l'allure de f est la suivante :



d) Pour $U > 10 U_0$ on a :

$$\exp\left(\frac{U}{U_0}\right) > \exp(5) \approx 148 \gg 1$$

2) e) Pour un AOP idéal, on a :

$$V^- = V^+, i^+ = i^- = 0$$

On en déduit :

$$V^- = 0$$

Or :

$$V_e - V^- = R I$$

donc :

$$V_e = R I$$

f)

$$U = V^- - V_S = -V_S$$

g) On a ainsi :

$$V_e = R I_{sat} \exp\left(\frac{-V_S}{U_0}\right)$$

Et :

$$\frac{V_e}{R I_{sat}} = \exp\left(\frac{-V_S}{U_0}\right)$$

D'où :

$$V_S = -U_0 \ln\left(\frac{V_e}{R I_{sat}}\right)$$

3) h) $-a = -U_0 < 0$

i) l'ampli sommateur inverseur produit en sortie l'opposé de la somme des tensions d'entrées donc :

$$V_{S1} = -\left(-a \ln\left(\frac{V_1}{b}\right) - a \ln\left(\frac{V_2}{b}\right)\right) = a \ln\left(\frac{V_1 V_2}{b^2}\right)$$

j) on a alors :

$$V_{S2} = -b \exp\left(\frac{V_{S1}}{a}\right) = -\frac{V_1 V_2}{b}$$

k) finalement à la sortie du multiplieur, on a :

$$V_S = \frac{V_1 V_2}{b}$$

Le montage donne donc en sortie une tension analogue au produit des tensions d'entrées V_1 et V_2 d'où son qualificatif de multiplieur.