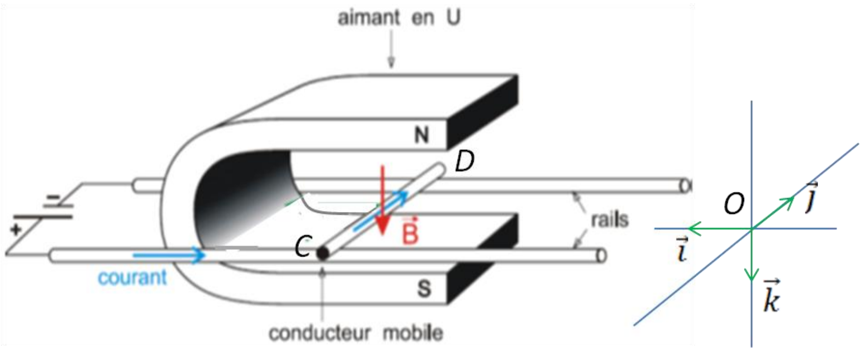
Contrôle d'électromagnétisme –Avril 2016

Enseignant (L.Gry)

Exercice 1 : Force de Laplace-Force de Lorentz

Un conducteur rectiligne de longueur $L = C\,D$ est placé sur un rail mis sous tension par un générateur et sur lequel il peut se déplacer librement. Le conducteur se trouve situé entre les deux pôles d'un aimant en fer à cheval, dans une région où règne un champ magnétique constant $\vec{B}$ vertical dirigé vers le bas.



On ferme le circuit à l'instant $t = 0$ et un courant I parcourt ce dernier. Pour étudier le mouvement du conducteur, on définit un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$

a) Exprimer, dans la base du repère, la force de Laplace agissant sur le conducteur. Donner une expression littérale faisant intervenir B, Let I puis faire une application numérique. Représenter en vue de dessus le rail, le conducteur, la force et le vecteur vitesse du conducteur.

<u>Données</u> : Intensité du champ magnétique : $B = 0{,}1\ T$, Longueur du conducteur mobile : $L = 10\ \ cm$, Intensité du courant : $I = 1\ A$

On se place à un instant où le conducteur est animé d'un mouvement de translation de vecteur vitesse $\vec{v} = v\,\vec{\imath},$. En considérant un électron de conduction du conducteur, le vecteur vitesse $\vec{v}_e$ de cet électron dans le référentiel d'étude se décompose sous la forme :

$$\vec{v}_e = \vec{v} + \vec{v}'$$

où $\vec{v}' = -v'\,\vec{\jmath}$ est le vecteur vitesse de l'électron dans un référentiel lié au conducteur mobile, associé au passage du courant.

b) Exprimer, dans la base du repère, la force de Lorentz $\vec{F}_{Lor} = -e\,\vec{v}_e \wedge \vec{B}$ s'appliquant sur l'électron de charge $-e$. Identifier la composante à l'origine de la force de Laplace et une autre composante qui s'oppose au déplacement de l'électron dans le sens du conducteur, donc au passage du courant.

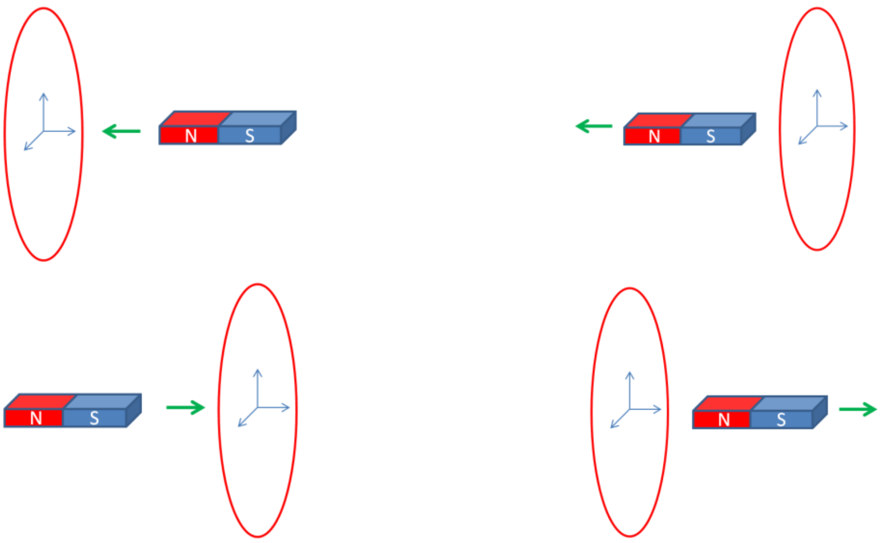
c) Exprimer, dans la base du repère, le champ $\overrightarrow{E'}_m = \vec{v}_e \wedge \vec{B}$ associé à la force $\vec{F}_{Lor}$ précédente.

d) En déduire l'expression de la force contre-électromotrice e' définie par $e' = \int_D^C \overrightarrow{E'}_m \cdot \overrightarrow{dl} = \overrightarrow{E'}_m \cdot \overrightarrow{DC}$ en fonction de v, B, L, l'intégrale étant considérée sur une ligne de courant joignant D à C et le long de laquelle $\overrightarrow{E'}_m$ a la valeur constante trouvée précédemment.

Exercice 2 : Courant induit dans une spire

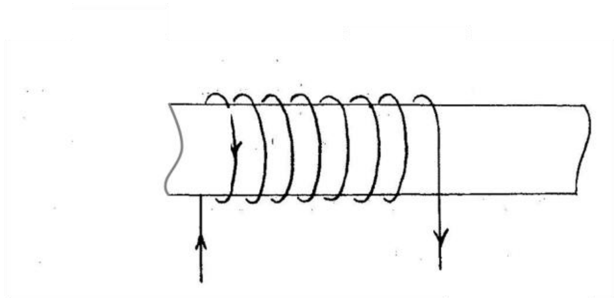
On déplace un aimant permanent par rapport à une spire de cuivre.

Dans les quatre situations, donner, en utilisant la loi de Lenz, le sens du courant induit



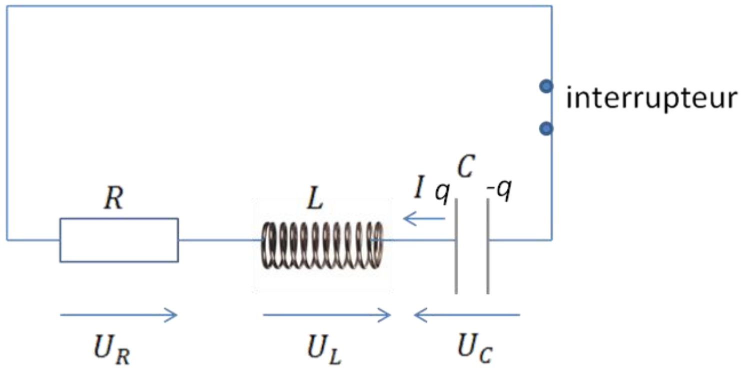
Exercice 3 : Solénoïde

Indiquer le sens du champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde parcouru par un courant dont le sens positif est donné sur le schéma :



Exercice 4 : Circuit RLC

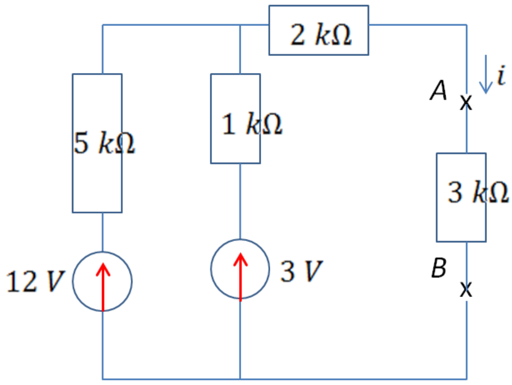
Un circuit R L C est constitué de la mise en série d'un résistor de résistance R, d'une self idéale d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. Le schéma décrit les conventions employées pour l'intensité parcourant le circuit bouclé sur lui-même, la charge du condensateur et les différentes tensions concernées.



a) Donner le lien entre l'intensité *I* dans le sens choisi et la charge *q*
b) Donner le lien entre la charge *q* et la tension U_C
c) Donner les lois tension-intensité des différents dipôles, c'est-à-dire les relations entre U_R et *I*, U_L et *I* puis U_C et *I*.
d) En appliquant une loi de maille, montrer que U_C vérifie l'équation différentielle du second ordre :
$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{L\,C}\,U_C = 0$$
e) Résoudre cette équation différentielle en faisant apparaître des paramètres caractéristiques (pulsation propre ω_0, facteur d'amortissement α). On exprimera ces paramètres à partir des grandeurs R, L, C et on supposera le facteur d'amortissement négligeable devant la pulsation propre.
f) Donner l'allure de la courbe U_C en fonction du temps en prenant pour condition initiale $U_C(0) = 1\,V$. Déterminer la pseudo-période T_0 des oscillations en fonction des paramètres du circuit.

Exercice 5 : Théorème de Thévenin

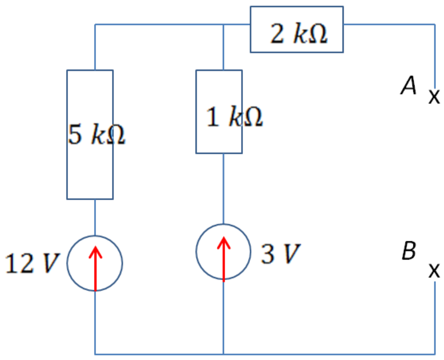
Soit le circuit suivant :



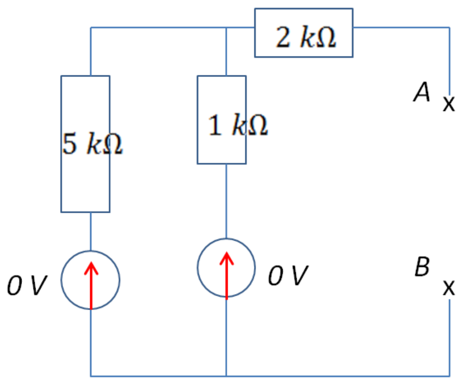
1) En appliquant la loi des nœuds et la loi des mailles, déterminer les intensités dans chaque branche et en déduire l'intensité i qui traverse le résistor de résistance 3 $k\Omega$

On se propose de retrouver l'intensité i en appliquant le théorème de Thévenin :

2) Déterminer la fém de thévenin c'est-à-dire la tension entre A et B associée au circuit ouvert entre ces deux bornes :



3) Déterminer la résistance équivalente du circuit entre A et B à fém éteintes (autrement dit générateurs court-circuités)



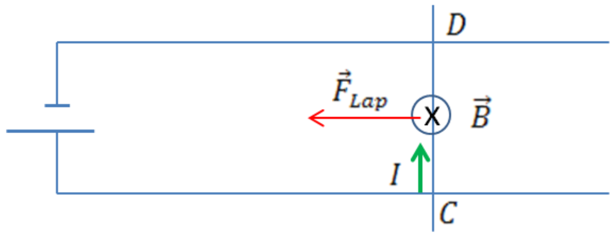
4) Faire alors le schéma du circuit avec la mise en série du dipôle de Thévenin équivalent et de la résistance de 3 $k\Omega$
5) En déduire par la loi de Pouillet l'intensité i traversant cette résistance.

Correction

Exercice 1

a)

$$\vec{F}_{Lap} = I\,\overrightarrow{CD} \wedge \vec{B} = I\,L\,B\,\vec{\imath}$$



Application numérique :

$$\left\|\vec{F}_{Lap}\right\| = 1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01\ N$$

b)

$$\vec{F}_{Lor} = -e\,\vec{v}_e \wedge \vec{B} = \vec{F}_{Lor} = -e\,(\vec{v} + \vec{v}') \wedge \vec{B} = -e\,\vec{v} \wedge \vec{B} - e\,\vec{v}' \wedge \vec{B} =$$

$$-e\,v\,B\,\vec{\imath} \wedge \vec{k} + e\,v'B\,\vec{\jmath} \wedge \vec{k} = e\,v\,B\,\vec{\jmath} + e\,v'B\,\vec{\imath}$$

Posons :

$$\vec{F}_1 = e\,v\,B\,\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_2 = e\,v'B\,\vec{\imath}$$

$\vec{F}_2$ est la force à l'origine de la force de Laplace, $\vec{F}_1$ est une force contre-électromotrice s'opposant au passage du courant.

c)

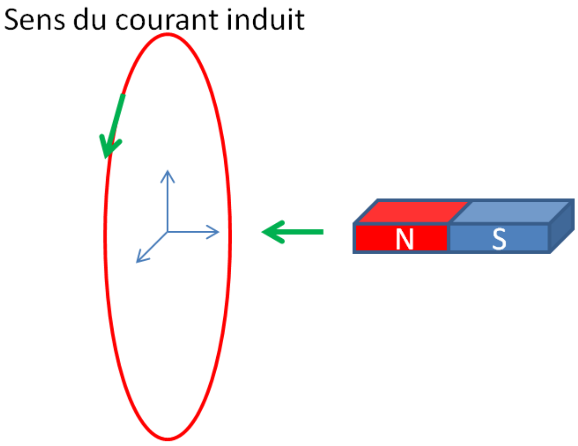
$$\vec{E'}_m = \vec{v}_e \wedge \vec{B} = -v\,B\,\vec{\jmath} - v'B\,\vec{\imath}$$

e)

$$e' = \vec{E}'_m \cdot \overrightarrow{DC} = (-v\,B\,\vec{j} - v'B\,\vec{\imath}) \cdot (-L\,\vec{j}) = v\,B\,L$$

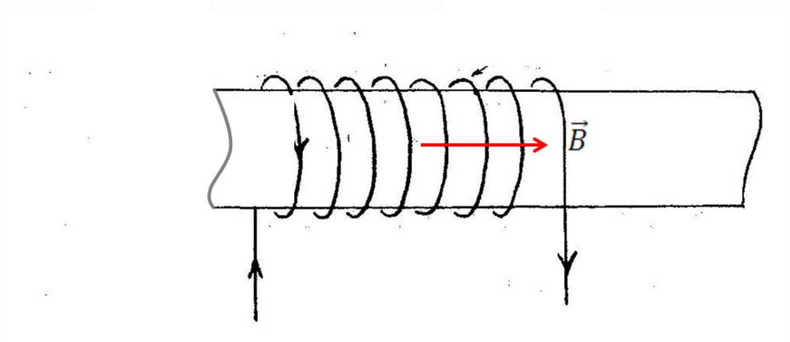
Exercice 2

La loi de Lenz énonce que le courant induit s'oppose à la cause qui lui a donné naissance. Sur la première figure, l'approche de l'aimant fait grandir le flux du champ magnétique à travers la spire orientée dans le sens du vissage (ou un volant que l'on tourne pour aller à droite). Le courant induit doit donc être tel qu'il s'oppose à cette augmentation du flux en créant un flux contraire. Il va donc dans le sens inverse de l'orientation de la spire.



On raisonne de façon analogue sur les autres figures

Exercice 3



Le champ magnétique est quasi-constant à l'intérieur du solénoïde

Exercice 4

a)

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

b)

$$q = C\,U_C$$

c)

$$U_R = R\,I$$

$$U_L = L\,\frac{dI}{dt}$$

$$I = -\,C\,\frac{dU_C}{dt}$$

d)

$$U_R + U_L - U_C = 0$$

$$R\,I + L\,\frac{dI}{dt} - U_C = 0$$

$$-\,R\,C\,\frac{dU_C}{dt} - L\,C\,\frac{dU_C}{dt} - U_C = 0$$

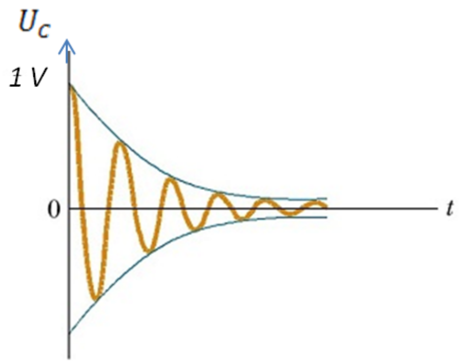
$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\,\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{L\,C}\,U_C = 0$$

e)

On pose :

$$2\,\alpha = \frac{R}{L} \quad , \quad {\omega_0}^2 = \frac{1}{L\,C}$$

f)

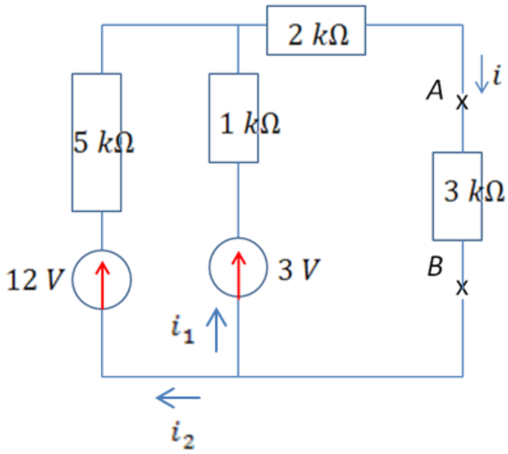


Pseudo période :

$$T_0 = \frac{2\,\pi}{\omega_0} = 2\,\pi\,\sqrt{L\,C}$$

Exercice 5

Choisissons les sens conventionnels des courants de branche i_1 et i_2 tels que définis sur la figure :



et écrivons les lois de deux mailles du circuit ainsi qu'une loi de nœud :

$$\begin{cases} -\,1000\ i_1 + 3 - 12 + 5000\ i_2 = 0 \\ 2000\ i + 3000\ i - 3 + 1000\ i_1 = 0 \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

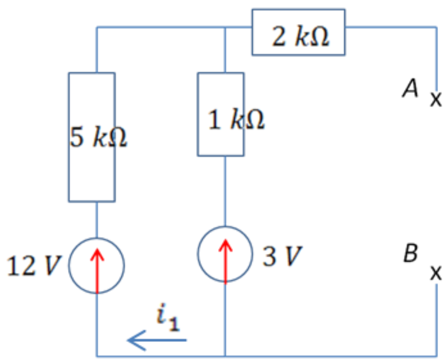
Soit :

$$\begin{cases} -\ i_1 + 5\ i_2 = 9 \times 10^{-3} \\ 5\ (i_1 + i_2) +\ i_1 = 3 \times 10^{-3} \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ i_1 + 5\ i_2 = 9 \times 10^{-3} \\ 6\ i_1 +\ 5\ i_2 = 3 \times 10^{-3} \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = -\dfrac{6}{7} \times 10^{-3} \approx -0{,}86\ mA \\ i_2 = \dfrac{57}{35} \times 10^{-3} \approx 1{,}63\ mA \\ i = \dfrac{27}{35} \times 10^{-3} \approx 0{,}77\ mA \end{cases}$$

2)



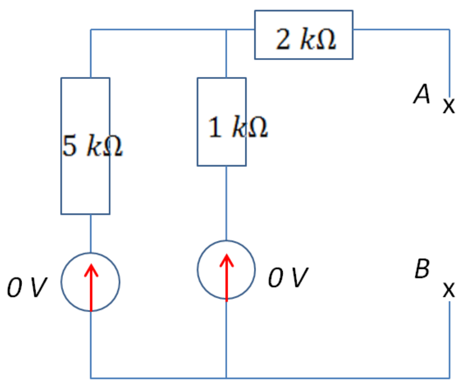
L'intensité qui circule dans l'unique maille est, d'après la loi de Pouillet, avec la convention choisie :

$$i_1 = \frac{12 - 3}{5000 + 1000} = 1{,}5 \times 10^{-3} = 1{,}5\ mA$$

On en déduit la fém de Thevenin :

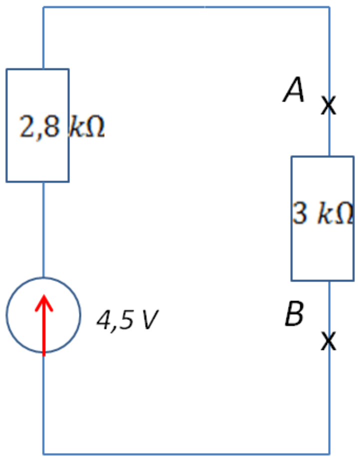
$$E_{th} = U_{AB} = 2000 \times 0 + 1000 \times i_1 + 3 = 1{,}5 + 3 = 4{,}5\ V$$

3)



La résistance équivalente est obtenue par mise en série d'une résistance de $2\ k\Omega$ d'un dipôle formé d'une résistance de $5\ k\Omega$ en parallèle avec une résistance de $1\ k\Omega$, soit :

$$R_{th} = 2 + \frac{5 \times 1}{5+1} = 2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6} \approx 2{,}8\ k\Omega$$



5)

La loi de Pouillet donne alors :

$$i = \frac{E_{th}}{R_{th} + 3000} = \frac{4{,}5}{\left(\frac{17}{6} + 3\right) \times 10^3} \approx 0{,}77\ mA$$

On retrouve bien le même résultat qu'au 1)