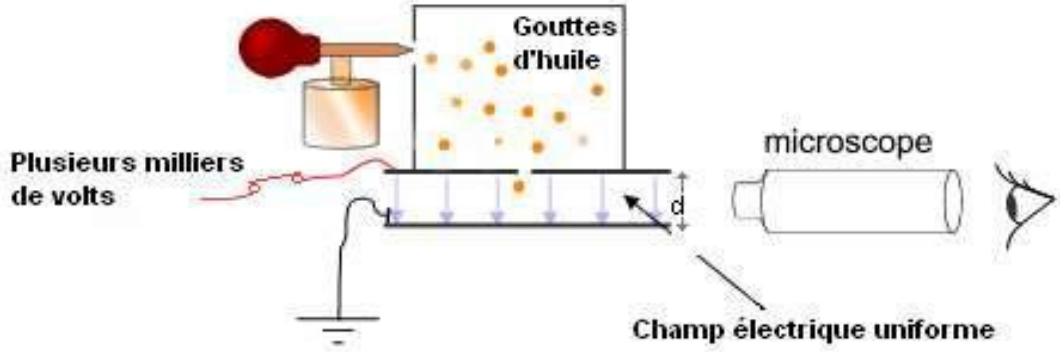
Devoir surveillé d'électromagnétisme –Mars 2017

Enseignant (L.Gry)

Exercice 1 : <u>L'expérience de Millikan (1910) (7 pts)</u>



Un pulvérisateur produit un nuage de gouttelettes d'huiles, qui par la friction opérée par leur passage à travers la buse de sortie, se chargent négativement, avant de tomber dans la chambre supérieure d'un dispositif. Certaines gouttes parviennent à passer au travers d'un orifice pratiqué dans l'armature supérieure d'un condensateur plan et retombent entre les deux armatures dans un mouvement vertical rectiligne uniforme, où la force de frottement exercée par l'air compense le poids des gouttes. On observe à l'aide d'un microscope et d'une règle finement graduée le mouvement descendant très lent d'une goutte (de l'ordre du dixième de millimètres par seconde) ce qui permet d'en mesurer la vitesse de descente v_1. Lorsque la goutte parvient à proximité de l'armature basse du condensateur, on applique une tension à ce dernier que l'on règle de telle sorte à ce que la goutte remonte toujours lentement et quasi instantanément à vitesse constante, donc dans un mouvement ascendant rectiligne uniforme à une vitesse v_2 que l'on mesure également.

La loi de Stokes permet d'établir une expression de la force de frottement $\vec{f}$ agissant sur un objet de forme sphérique en déplacement avec un vecteur vitesse $\vec{v}$ dans un fluide :

$$\vec{f} = -6\,\pi\,\mu\,r\,\vec{v}$$

où: $r =$ rayon de la sphère ; $\mu =$viscosité dynamique du fluide (pour l'air $\mu = 1{,}8 \times 10^{-5}$ S I)

On s'intéresse à un certain nombre de gouttelettes pour lesquelles on a mesuré v_1 et v_2 et on cherche à en déduire leur charge. Mais le rayon d'une gouttelette n'étant pas mesurable, c'est la loi de Stokes qui va permettre de l'évaluer indirectement.

1) Donner les unités de la viscosité dynamique μ en utilisant les symboles kg, m, s
2) En appliquant la deuxième loi de newton à une gouttelette pendant son mouvement descendant, déterminer son rayon r en fonction de μ, v_1, ρ, g où :

$$\rho = \text{masse volumique de l'huile} = 980\ kg\ m^{-3}\ ;\quad g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$$

3) Faire l'application numérique sachant que la gouttelette a mis $10\ s$ pour chuter de $2{,}11\ mm$
4) Afin d'obtenir une bonne précision de lecture au microscope, dire en justifiant s'il vaut mieux sélectionner une petite ou une grosse goutte.
5) Pour faire remonter la gouttelette, indiquer dans quel sens doit être le champ électrique entre les deux armatures du condensateur ainsi que l'armature positive
6) Quelle particularité présente le champ électrostatique entre les deux armatures d'un condensateur plan ? Faire un schéma pour faire apparaître les lignes de champ.
7) Donner la relation entre l'intensité E du champ électrostatique, la tension U entre les deux armatures et la distance d entre armatures.
8) En appliquant la deuxième loi de newton à la gouttelette pendant son mouvement remontant, déterminer sa charge q en fonction de μ, v_1, v_2, r, U, d
9) On présente dans un tableau les résultats de mesure pour cinq gouttelettes

Numéro de la gouttelette	$v_1\ \times 10^{-4}\ m\ s^{-1}$	$v_2 \times 10^{-4}\ m\ s^{-1}$	$q\ (\times 10^{-19}\ C)$	q/e
1	1,55	1,59	$-6{,}4$	
2	1,82	1,81	$-8{,}0$	
3	2,42	1,35	$-9{,}6$	
4	2,76	3,13	$-1{,}6$	
5	1,82	2,53	$-6{,}4$	

Montrer que les charges des gouttelettes sont toutes multiples entières d'une même charge élémentaire e et compléter la dernière colonne du tableau.

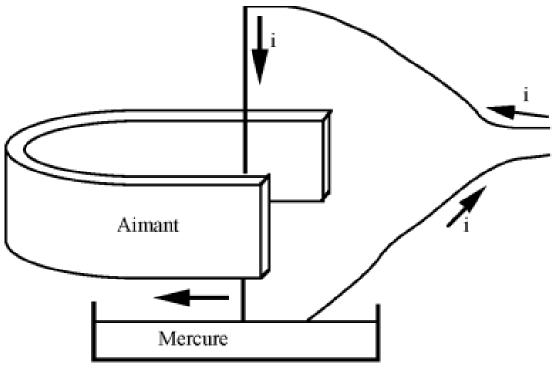
10) Quelle est l'expérience ayant permis d'identifier que l'électricité mobile était l'électricité négative et à quelle date s'est déroulée cette expérience ?

Exercice 2 : <u>Capacité d'un condensateur cylindrique (5 pts)</u>

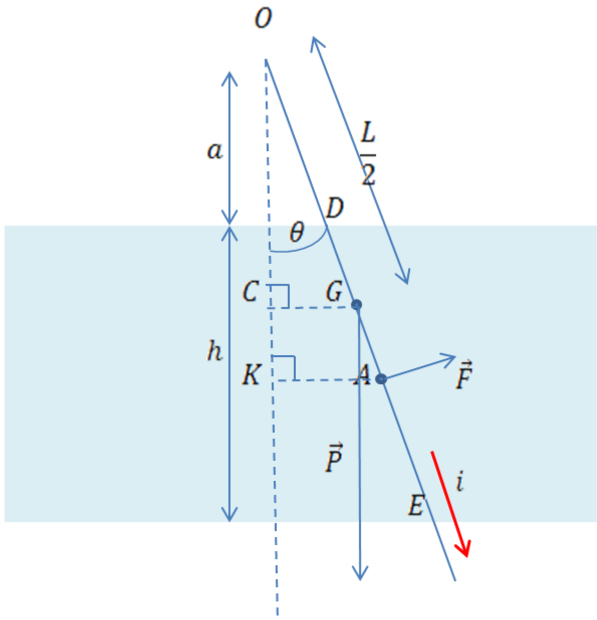
Un condensateur est constitué de deux armatures cylindriques de même axe, de rayons respectifs R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$ et séparées par de l'air. On fera l'hypothèse que l'armature interne porte une charge uniformément répartie Q et l'armature externe la charge $-Q$ également uniformément répartie et que le champ créé entre les deux armatures est le même (pas trop près des bords) que celui qui serait créé par deux cylindres de hauteur infinie uniformément chargés et portant tous deux des charges globales opposées.

1) En utilisant le théorème de Gauss sur une surface fermée convenablement choisie (faire un dessin), établir le champ électrique en un point M situé à une distance r de l'axe des cylindres
2) Que peut-on dire pour deux points d'une même armature vis-à-vis du potentiel électrostatique en ces points ?
3) Qu'appelle t'on tension du condensateur ?
4) Calculer par intégration sur un chemin convenablement choisi (préciser sur un schéma), la différence de potentiel entre un point A de l'armature interne et un point B de l'armature externe et en déduire la capacité du condensateur en fonction de R_1 et R_2

Exercice 3 : <u>Mesure du champ magnétique dans l'entrefer d'un aimant en U (5 pts)</u>



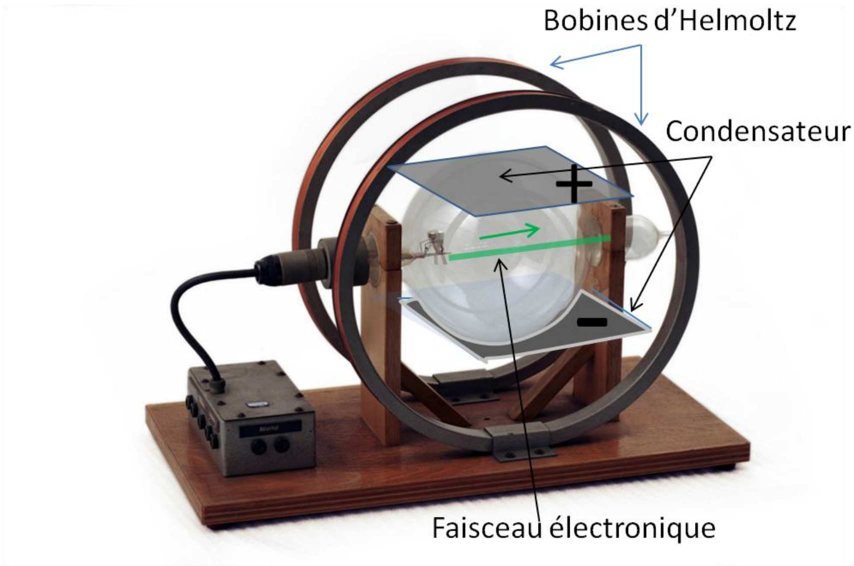
Soit un aimant de hauteur h en forme de U dans l'entrefer duquel on place un conducteur rectiligne parcouru par un courant i. Sous l'action du champ magnétique créé par l'aimant, le conducteur de longueur L pivote d'un angle θ autour d'un axe horizontal $(O, \vec{n})$. Sur le schéma suivant, on a représenté le conducteur à l'équilibre, la portion DE étant supposée seule baignant dans le champ magnétique de l'entrefer.



1) Quelle propriété présente le champ magnétique dans son entrefer ? Faire un dessin pour faire apparaître les lignes de champ magnétique
2) Indiquer sur le schéma ci-dessus le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$
3) Identifier les forces agissant sur le conducteur ainsi que leurs points d'application et donner leurs expressions vectorielles en fonction des paramètres
4) Exprimer CG en fonction de θ et L puis OA en fonction de θ, a et h
5) En appliquant le principe de l'équilibre en rotation, en déduire la valeur B de l'intensité du champ magnétique régnant dans l'entrefer en fonction de θ, m, g, h, a et L.

Exercice 3 : <u>Force de Lorentz (3 pts)</u>

Un faisceau d'électrons de vitesse $\vec{v}$ est soumis dans un tube à vide à l'action simultanée d'un champ électrostatique créé par un condensateur plan et à un champ magnétique orthogonal au champ électrostatique créé par des bobines d'Helmoltz, de telle sorte qu'il conserve une trajectoire rectiligne uniforme dans le tube comme indiqué sur le dessin.



1) Faire un schéma du plan vertical contenant la trajectoire du faisceau d'électrons et y faire apparaitre les des deux champs agissant ainsi que les forces s'exerçant sur les électrons du faisceau. Préciser sur le dessin ci-dessus le sens du courant dans les bobines d'Helmoltz
2) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir la relation entre l'intensité B du champ magnétique et celle E du champ électrostatique

Correction :

Exercice 1

1) Reprenons l'expression de la force

$$f = -6\,\pi\,\mu\,r\,v$$

f est en $N = kg\ m\ s^{-2}$, r en m et v en $m\ s^{-1}$ donc μ en $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$

2) La gouttelette est soumise au cours de sa descente à la force de frottement et à son poids $\vec{P}$. Comme elle descend à vitesse constante dans un mouvement rectiligne uniforme, la loi de Newton permet d'écrire :

$$\vec{f} + \vec{P} = \vec{0}$$

Soit :

$$\|\vec{f}\| = \|\vec{P}\|$$

$$6\,\pi\,\mu\,r\,v_1 = \rho\ \times \frac{4}{3}\,\pi\,r^3\,g$$

d'où

$$r^2 = \frac{9\,\mu\,v_1}{2\,\rho\,g}$$

Finalement :

$$\boxed{r = \sqrt{\frac{9\,\mu\,v_1}{2\,\rho\,g}}}$$

3) La vitesse de chute est :

$$v_1 = \frac{2{,}11\ \times 10^{-3}}{10} = 2{,}11\ \times 10^{-4}\ m\ s^{-1}$$

donc :

$$r = \sqrt{\frac{9\ \times 1{,}8 \times 10^{-5} \times\ 2{,}11\ \times 10^{-4}}{2\ \times 980 \times\ 9{,}8}} \approx 1{,}3 \times 10^{-6}\ m = 1{,}3\ \mu m$$

4) La vitesse v_1 est proportionnelle au carré du rayon de la gouttelette. Plus la vitesse sera faible, plus grande sera la précision de lecture au microscope. Il est donc préférable de prendre des gouttelettes de petite taille.
5) La gouttelette étant de charge négative, le champ électrique doit être dirigé vers le bas afin de créer une force électrostatique dirigée vers le haut.

6) Le vecteur champ électrique est constant entre les deux armatures et orthogonal au plan des armatures, dirigé dans le sens des potentiels décroissants donc de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement.
7) On a

$$\boxed{U = E\ d}$$

8) Pendant sa phase de remontée, la gouttelette est soumise à trois forces, la force de frottement visqueux, la force électrostatique $\vec{F}$ et son poids. On a donc :

$$\vec{f} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

Soit en désignant par $\vec{k}$ un vecteur unitaire dirigé vers le haut :

$$-6\,\pi\,\mu\,r\,v_2\,\vec{k} - 6\,\pi\,\mu\,r\,v_1\,\vec{k} + q\,E\,\vec{k}$$

d'où on tire :

$$\boxed{q = -\frac{6\,\pi\,\mu\,r\,(v_1 + v_2)}{E} = -\frac{6\,\pi\,\mu\,r\,d\,(v_1 + v_2)}{U}}$$

9) Les charges sont toutes multiples de celle de la gouttelette 4, donc :

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,C$$

10) C'est l'expérience de Thomson en 1895 qui a mis en évidence dans un tube de Crookes un rayonnement émis par une cathode et pouvant être dévié vers l'armature positive d'un condensateur plan. Thomson en a déduit que le rayonnement était constitué de particules de charges négatives et a pu mesurer le rapport de leur charge à leur masse sans pouvoir mesurer la charge de ces particules. Il faudra attendre l'expérience de Millikan pour cela

Exercice 2

1) On prend un cylindre de hauteur égale à la hauteur des deux armatures cylindriques (en fait de hauteur un peu inférieure pour être un peu éloigné des bords) de même axe que les deux armatures et de rayon r tel que : $R_1 < r < R_2$. Par symétrie radiale, le champ à la surface de ce cylindre a même intensité en tout point et en désignant par $\vec{n}$ la normale sortante en un point M, on a :

$$\vec{E} = E(r)\vec{n}$$

Le flux sortant de $\vec{E}$ à travers la surface du cylindre se résume au flux sur la surface latérale de valeur :

$$\Phi = 2\,\pi\,r\,h\,E(r)$$

Or d’après le théorème de Gauss :

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

On en déduit :

$$\boxed{E(r) = \frac{Q}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,r\,h}}$$

2) Une armature est une surface équipotentielle, donc le potentiel en deux points distincts a même valeur
3) La tension du condensateur est la différence de potentiel entre un point quelconque de l’armature positive et un point quelconque de l’armature négative
4) On choisi pour chemin d’intégration un morceau de rayon entre un point A de l’armature positive et un point B de l’armature négative et on a :

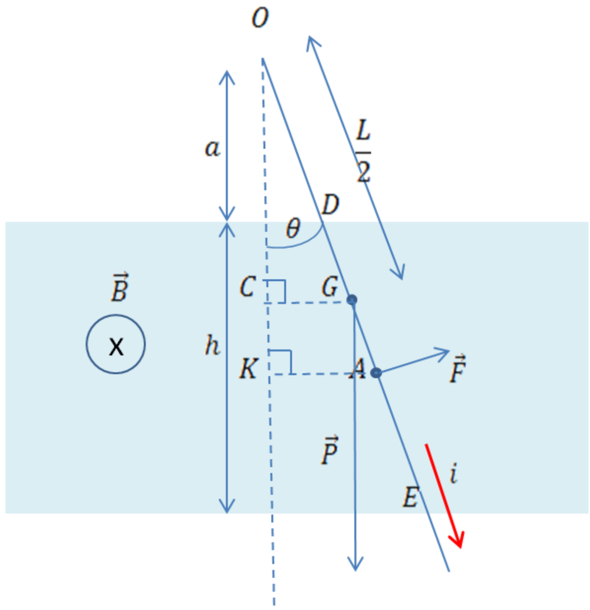
$$V_A - V_B = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr = \frac{Q}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,h}\,[Ln(r)]_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,h}\,Ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

On en déduit la capacité du condensateur :

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{2\,\pi\,\varepsilon_0\,h}{Ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$

Exercice 3

1) Le champ magnétique est constant et les lignes de champ sont parallèles et perpendiculaires aux deux faces en regard de l’entrefer, le champ étant dirigé du pôle Nord vers le pôle Sud
2)



3) Le conducteur est soumis à deux forces, son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ et une force de Laplace :

$$\boxed{\vec{F} = i\,\overrightarrow{DE}\ \wedge \vec{B} = i\,DE\ \times B\,\vec{n} = \frac{B\,i\,h}{cos(\theta)}\ \vec{n}}$$

4) On a par trigonométrie :

$$CG = \frac{L}{2}\,sin(\theta)$$

$$OA = \frac{a + \frac{h}{2}}{cos(\theta)}$$

5) L'équilibre en rotation se traduit par la nullité de la somme des moments des forces s'appliquant au conducteur, soit :

$$-\|\vec{P}\|\ CG + \|\vec{F}\|\ OA = 0$$

ou :

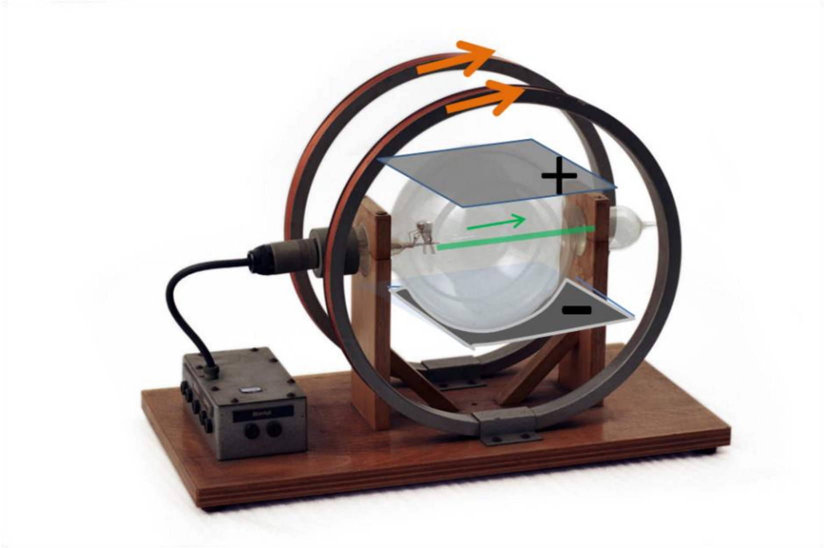
$$m\,g\,\frac{L}{2}\,sin(\theta) = \frac{B\,i\,h}{cos(\theta)}\,\frac{a + \frac{h}{2}}{cos(\theta)}$$

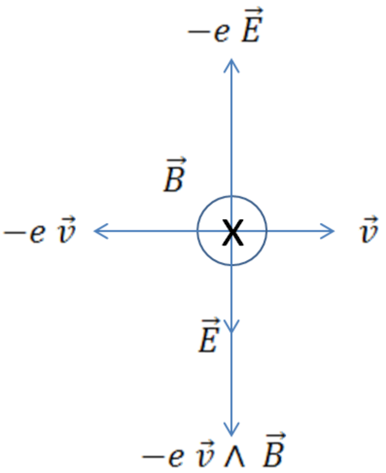
d'où on tire :

$$\boxed{B = \frac{m\,g\,L\,sin(\theta)\,cos^2(\theta)}{i\,h\,(2\,a + h)}}$$

Exercice 4

1)





2) L'électron est soumis à deux forces, une force électrostatique $\vec{F} = -e\,\vec{E}$ et une force de Lorenz $\vec{f} = -e\,\vec{v}\wedge\vec{B}$ son poids étant négligeable devant ces forces. La loi de Newton conduit à écrire :

$$\vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$$

Soit :

$$-e\,\vec{E} - e\,\vec{v}\wedge\vec{B} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -\vec{v}\wedge\vec{B}$$

D'où :

$$\boxed{E = v\,B}$$