Effet Doppler sonore

I Phénomène physique

Observez le son que vous percevez lorsqu'une moto se rapproche de vous puis s'éloigne. Le son est d'abord aigu lors de la phase de rapprochement, puis passe brutalement à grave, lors de la phase d'éloignement. C'est l'effet Doppler sonore.

Une petite histoire fictive pour bien vous représenter la chose :

Imaginez deux orchestres qui accordent leurs instruments et souhaitent jouer de concert, mais un orchestre joue sur le wagon ouvert d'un train roulant en ligne droite à 50 km/h et l'autre joue sur le bord de la voie. A supposer que les deux orchestres entament la même symphonie au même moment et puisse jouer dans le même rythme (s'aidant par exemple d'un métronome), et que le train soit à quelques centaines de mètres de l'orchestre au bord de la voie au moment où celui-ci commence à jouer, un auditeur, en bord de voie, perçoit une dissonance entre les deux orchestres. Lorsque le train se rapproche, il lui semble que l'orchestre du wagon joue plus haut que celui du bord de voie et lorsque le train s'éloigne, c'est l'inverse. Il n'y a guère que lorsque le train passe à hauteur de l'orchestre de bord de voie que l'auditeur, à cette même hauteur, perçoit enfin les deux orchestres en harmonie.

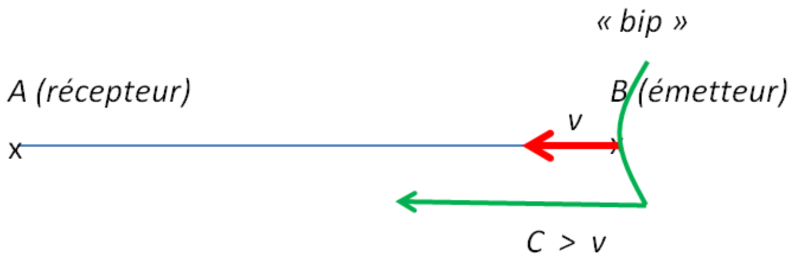
L'observation montre donc :

Un observateur immobile, percevant un son émis par une source sonore mobile émettant à une fréquence donnée dans un repère où cette source est fixe, perçoit ce son à une fréquence supérieure si la source est en rapprochement et inférieure si la source est en éloignement.

Ce décalage fréquentiel est appelé effet Doppler.

II Explication du phénomène

Positionnons l'observateur (appelé récepteur) en un point fixe A du référentiel terrestre et supposons qu'une source sonore (appelée émetteur) émette à une fréquence f_E dans son repère propre, lequel se rapproche de l'observateur en ligne droite, à une vitesse constante v. Désignons par B la position de la source à un instant pris comme origine des temps, et supposons que l'émetteur émette un premier « bip » sonore à cet instant.



La durée mise par ce bip pour atteindre le récepteur est le temps mis par l'onde sonore pour se propager dans l'air à la vitesse c (célérité) de propagation des ondes sonores (Rappelons qu'à la surface terrestre : $c \approx 340\ m/s$). Cette durée est donc :

$$\Delta t_1 = \frac{AB}{c}$$

Le récepteur reçoit donc le premier bip à l'instant :

$$t_1 = \Delta t_1 = \frac{AB}{c}$$

Le second bip de l'émetteur se produit après une période de temps T_E. L'émetteur a avancé pendant ce temps vers le récepteur de la quantité $v\,T_E$. La durée pour que ce second bip atteigne le récepteur est alors :

$$\Delta t_2 = \frac{AB - v\,T_E}{c}$$

Ce second bip atteint donc le récepteur à l'instant :

$$t_2 = T_E + \Delta t_2$$

Les deux bips perçus par le récepteur sont donc espacés de la durée :

$$T_R = t_2 - t_1 = T_E + \Delta t_2 - \Delta t_1 = T_E - \frac{v\,T_E}{c}$$

Nous avons donc la relation suivante entre la période du son reçu et la période du son émis :

$$\boxed{\boldsymbol{T_R = \frac{c - v}{c} T_E}}$$

Soit, sachant que la fréquence est l'inverse de la période :

$$\boxed{\boldsymbol{f_R = \frac{c}{c - v} f_E}}$$

Le décalage fréquentiel est donc :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta f = f_R - f_E = \frac{c}{c - v} f_E - f_E = \frac{v}{c - v} f_E}}$$

Reprenons l'exemple de nos deux orchestres en supposant que le pianiste de chaque groupe frappe en continue la touche de piano La 440

Le son émis par l'orchestre en bord de voie est perçu par l'auditeur à la fréquence $f_E = 440\ Hz$. Celui émis par l'orchestre se rapprochant vers l'auditeur à la vitesse de 50 km/h est perçu par ce dernier à la fréquence :

$$f_R = \frac{c}{c - v} f_E$$

avec :

$$c = 340\ m\ s^{-1} \quad ; \quad v = \frac{50\ Km}{1\ h} = \frac{50\ 000\ m}{3600\ s} \approx 13{,}9\ m\ s^{-1}$$

Soit :

$$f_R = \frac{340}{340 - 13{,}9} \times 440 \approx 459\ Hz$$

Le son provenant de l'orchestre du wagon en rapprochement est donc 19 Hz plus haut, ce qui crée une dissonance dans les oreilles de l'auditeur.

III Formulation générale

Nous allons établir une formule plus générale dans laquelle le récepteur peut être également mobile en commençant par le cas où récepteur et émetteur sont en éloignement.

1) Récepteur et émetteur en éloignement :

Nous reprenons les mêmes notations que précédemment, mais avec le schéma suivant.

Pendant La durée Δt_1 mise par le premier bip de l'émetteur pour atteindre le récepteur, ce dernier parcourt la distance $v_R\ \Delta t_1$. Nous avons donc :

$$c\,\Delta t_1 - v_R\,\Delta t_1 = AB$$

D’où :

$$\boxed{\Delta t_1 = \frac{AB}{c - v_R}}$$

Le récepteur reçoit donc le premier bip à l’instant :

$$t_1 = \Delta t_1 = \frac{AB}{c - v_R}$$

Le second bip de l’émetteur se produit après une période de temps T_E. L’émetteur s’est éloigné (dans le référentiel terrestre) pendant ce temps du récepteur de la quantité $v_E\,T_E$ et le récepteur de la quantité $v_R\,T_E$. La durée pour que ce second bip atteigne le récepteur est alors :

$$\Delta t_2 = \frac{AB + v_E\,T_E + v_R\,T_E}{c - v_R}$$

Ce second bip atteint donc le récepteur à l’instant :

$$t_2 = T_E + \Delta t_2$$

Les deux bips perçus par le récepteur sont donc espacés de la durée :

$$T_R = t_2 - t_1 = T_E + \Delta t_2 - \Delta t_1 = T_E + \frac{v_E\,T_E + v_R\,T_E}{c - v_R}$$

Nous avons donc la relation suivante entre la période du son reçu et la période du son émis :

$$\boxed{\boldsymbol{T_R = \frac{c + v_E}{c - v_R} T_E}}$$

Soit, pour les fréquences :

$$\boxed{\boldsymbol{f_R = \frac{c - v_R}{c + v_E} f_E}}$$

Le décalage fréquentiel est donc :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta f = f_R - f_E = \frac{c - v_R}{c + v_E} f_E - f_E = \frac{-v_R - v_E}{c + v_E} f_E}}$$

2) Formule générale

Les autres cas, émetteur et récepteur se déplaçant par rapport au milieu de propagation de l'onde sonore (généralement l'air ou l'eau) dans le même sens ou des sens contraires peuvent être établis de façon analogue et conduisent à une formule algébrique unique :

$$\boldsymbol{f_R = \frac{c - \overline{v_R}}{c - \overline{v_E}} f_E}$$

Le décalage fréquentiel est donc :

$$\boldsymbol{\Delta f = f_R - f_E = -\frac{\overline{v_R} - \overline{v_E}}{c - \overline{v_E}} f_E}$$

Dans ces formules, $\overline{v_R}$ et $\overline{v_E}$ sont les mesures algébriques des vecteurs vitesses respectifs (dans le référentiel défini par le milieu de propagation, généralement l'air ou l'eau) du récepteur et de l'émetteur sur un axe orienté de l'émetteur vers le récepteur, ainsi que décrites dans les exemples ci-dessous.

Exemple 1 : source et récepteur en éloignement allant dans des sens opposés

Dans ce cas, le sens de déplacement de l'onde de l'émetteur vers le récepteur et le sens de déplacement du récepteur sont identiques (flèche verte et flèche rouge des vecteurs vitesses dans le même sens) et donc $\overline{v_R} = v_R > 0$.

En revanche, le sens de déplacement de l'émetteur est opposé à celui de l'onde (flèche verte et flèche rouge sur le schéma des vecteurs vitesses dans des sens contraires) et donc $\overline{v_E} = -v_E < 0$.

D'où la formule :

$$f_R = \frac{c - v_R}{c + v_E} f_E$$

Exemple 2 : émetteur et récepteur en éloignement allant dans le même sens

Dans ce cas, les sens de déplacement de l'onde et du récepteur sont opposés et donc $\overline{v_R} = -v_R < 0$.

Il en va de même pour le sens de déplacement de l'émetteur et donc $\overline{v_E} = -v_E < 0$.

D'où la formule :

$$f_R = \frac{c + v_R}{c + v_E} f_E$$

On peut d'ailleurs retrouver dans ce cas que si émetteur et récepteur vont à la même vitesse, il n'y pas d'effet Doppler, ce qui est intuitif.

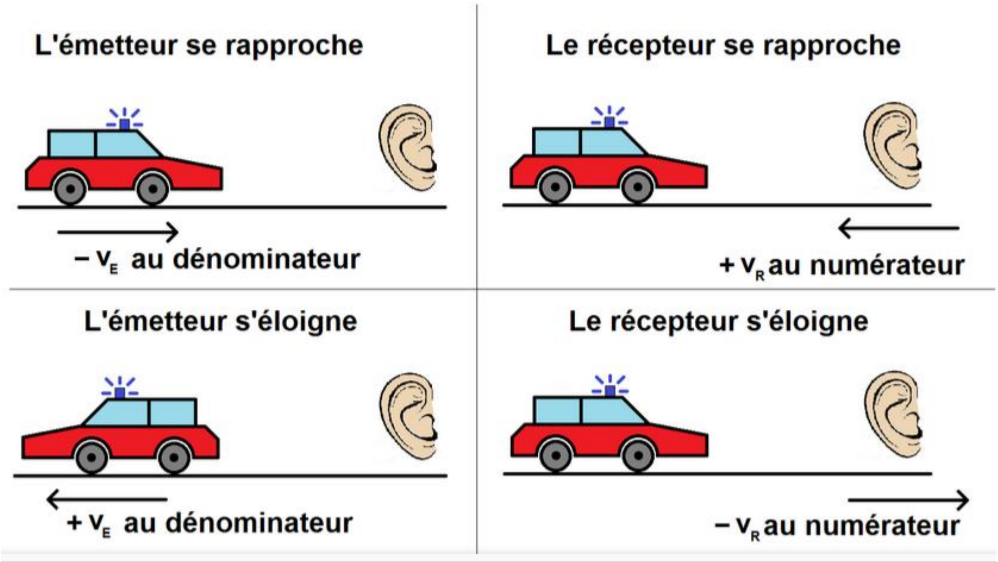
REMARQUE : Une autre façon de mémoriser la formule générale est la suivante :

$$\boldsymbol{f_R = f_E \frac{c \pm v_R}{c \pm v_E}}$$

En utilisant le fait que lorsque l'émetteur se rapproche d'un récepteur fixe la fréquence perçue augmente (dénominateur de la formule plus petit que c donc $c - v_E$) et lorsqu'il s'éloigne, elle diminue (dénominateur de la formule plus grand que c donc $c + v_E$).

Et lorsque le récepteur se rapproche d'un émetteur fixe la fréquence perçue augmente (numérateur de la formule plus grand que c donc $c + v_R$) et lorsqu'il s'éloigne, elle diminue (numérateur de la formule plus petit que c donc $c - v_R$).

Cela donne en résumé :


L'émetteur se rapproche
$-v_E$ au dénominateur
Le récepteur se rapproche
$+v_R$ au numérateur
L'émetteur s'éloigne
$+v_E$ au dénominateur
Le récepteur s'éloigne
$-v_R$ au numérateur