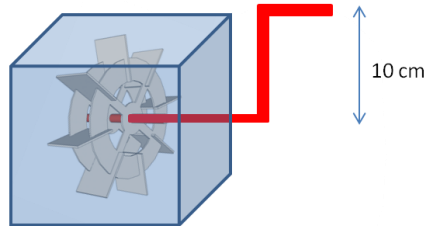


Devoir Maison – Février 2017 Enseignant (L.Gry)

Exercice 1 : Equivalence travail-chaleur (5 pts)

Un récipient calorifugé est rempli complètement avec un litre d'eau (soit 1 kg d'eau) à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Une manivelle permet d'actionner un système de roue à aube transmettant un travail W à l'eau du récipient. La température de l'eau est $t_1 = 20^\circ\text{C}$.



- Quel doit être la valeur de W pour que la température de l'eau monte d'un degré Celsius ?
- Le bras de la manivelle mesurant 10 cm et l'opérateur appliquant une force constante de 30 N , quel est le travail déployé par ce dernier en un tour de manivelle ?
- Combien de tours de manivelle (arrondis à l'entier) l'opérateur doit-il effectuer pour monter la température de l'eau d'un degré Celsius ?

Données :

Capacité thermique massique de l'eau aux températures usuelles : $c_{\text{eau}} = 4180\text{ J kg}^{-3}$

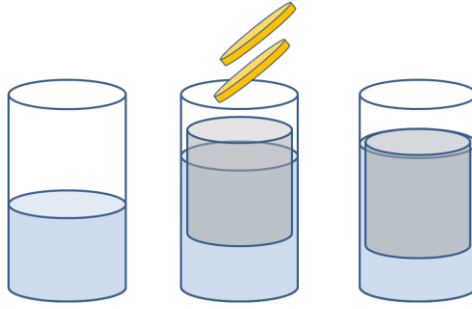
Rappel :

Le travail d'une force F appliquée en un point d'un système se déplaçant sur une distance d , la force étant dirigée dans le sens du déplacement est : $W = F d$

Exercice 2 : poussée d'Archimède (9 pts)

Dans une émission intitulée Fort du Boyau, un candidat doit affronter Maître Gryda dans l'épreuve suivante :

Dans un verre rempli à un peu moins de sa moitié d'eau, on place un autre verre vide, lequel se met à flotter sans couler. Les deux adversaires disposent à volonté de pièces de 1 euro et peuvent à tour de rôle déposer deux, trois ou quatre pièces dans le verre, mais ils doivent choisir ce nombre avant de commencer à jouer quand c'est leur tour. Celui qui fait couler le verre perd. Le but de l'exercice est de déterminer la stratégie de Maître Gryda pour faire perdre le candidat le plus vite possible en supposant que ce dernier, prudent, ne dépose que deux pièces à chaque fois qu'il doit jouer.



On se propose à cette fin, de déterminer le nombre de pièces maximum que l'on peut mettre sans que le verre ne coule. Pour cela on propose la démarche suivante : Lorsque le verre se trouve en équilibre dans la situation limite juste avant de pouvoir couler par adjonction d'une masse infime supplémentaire, le volume d'eau déplacé est égal à la somme du volume du contenant et du contenu du verre. On a effectué au préalable les mesures suivantes à l'aide d'une balance : Masse à vide du verre recevant les pièces : $m = 110 \text{ g}$, Masse du même verre rempli d'eau à ras bord : $m' = 260 \text{ g}$

On a également immergé le verre dans un récipient d'eau puis pesé l'ensemble et obtenu une masse de 318 g puis ôté le verre en prenant soin de ne pas perdre d'eau et complété le récipient d'eau pour retrouver le niveau qu'il avait en présence du verre. On a pesé à nouveau le récipient et obtenu 271 g

- 1) Dédire de ces mesures la masse d'eau déplacée m_{eau}
- 2) En déduire la poussée d'Archimède subie par le système formé par le verre, son contenu d'air, et la masse limite m_{lim} introduite
- 3) En traduisant l'équilibre de ce système, en déduire m_{lim}
- 4) En déduire le nombre maximum de pièces N_{max} pouvant être introduites sans que le verre ne coule.
- 5) Résoudre alors la question initiale
- 6) Reprendre le problème en remplaçant l'eau par l'éthanol dans le jeu (en s'interdisant bien sûr d'en boire le contenu même pour le gagnant)

Masse volumiques à 0°C , 1 atm

Eau : $\rho_{eau\ douce} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, éthanol : $\rho_{ethanol} = 789 \text{ kg m}^{-3}$, air : $\rho_{air} = 1,29 \text{ g L}^{-1}$

Masse d'une pièce de 1euro : $m = 8 \text{ g}$

Exercice 3 : Température d'équilibre (6 pts)

Dans un récipient calorifugé de capacité thermique négligeable, contenant 200 mL d'eau à une température $t_1 = 20^\circ\text{C}$., on introduit un cube de glace de 30 cm^3 , initialement à une température $t_2 = 0^\circ\text{C}$.

- 1) Déterminer la température d'équilibre ainsi que l'état final (reste-t-il de la glace et si oui quelle masse ?) sachant que pour faire passer 1 g de glace de l'état solide à l'état liquide, il faut lui fournir $333,55 \text{ J}$ (chaleur latente de fusion notée L_{eau}).
- 2) Combien de glaçons faut-il introduire au minimum pour qu'il reste de la glace ? Quel volume de glace reste-t-il alors ?

Correction

Exercice 1 :

- a) D'après le principe d'équivalence travail-chaleur, le travail pour faire monter d'un degré Celsius, 1 kg d'eau est « gal » à la quantité de chaleur nécessaire pour obtenir le même effet, soit :

$$W = m_{eau} c_{eau} \Delta\theta$$
$$\approx 1 \times 4,2 \times 1 = 4,2 \text{ KJ}$$

- b) Le travail en un tour de manivelle est :

$$W_1 = F \times 2 \pi r \approx 30 \times 2 \times 3,14 \times 0,1 \approx 19 \text{ J}$$

- c) Le nombre de tours de manivelle est l'arrondi à l'entier de :

$$\frac{4200}{19} \approx 221$$

Soit 221 tours.

Exercice 2 :

- 1) La masse d'eau déplacée correspondant au contenu du verre est :

$$m' - m = 260 - 110 = 150 \text{ g}$$

La masse d'eau déplacée correspondant au contenant (le verre en lui-même) :

$$m'' = 318 - 271 = 47 \text{ g}$$

La masse d'eau déplacée est donc :

$$m_{eau} = 150 + 47 = 197 \text{ g}$$

- 2) La poussée d'Archimède du système est le poids de la masse d'eau déplacée à savoir :

$$\vec{\pi} = - m_{eau} \vec{g}$$

- 3) Le système en équilibre est soumis à deux forces, son poids et la poussée d'Archimède et ces deux forces se compensent, soit :

$$(m + m_{lim}) \vec{g} - m_{eau} \vec{g} = \vec{0}$$

On en déduit :

$$m_{lim} = m_{eau} - m = 197 - 110 = 97 \text{ g}$$

- 4) Chaque pièce ayant une masse de 8 g on peut en introduire au maximum 12 sans que le verre ne coule

- 5) Le candidat commence par mettre 2 pièces sans que le verre ne coule. Maître Gryda met donc 4 pièces supplémentaires, le candidat en remet, 2, maître Gryda en remet 3 ce qui fait un total de 11 et donne une marge de sécurité. Le candidat est donc obligé d'en mettre au minimum 2 et le verre coule.
- 6) Avec de l'éthanol à la place de l'eau, il faut réévaluer la masse d'éthanol déplacée :

$$m_{ethanol} = \rho_{ethanol} V_{ethanol \text{ déplacé}}$$

Or le volume d'éthanol déplacé est le même que dans le cas précédent. Il vaut :

$$V_{ethanol \text{ déplacé}} = \frac{m_{eau}}{\rho_{eau \text{ douce}}} = \frac{0,197}{1000} = 1,97 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Donc :

$$m_{ethanol} = 789 \times 1,97 \times 10^{-4} \approx 0,155 \text{ kg} = 155 \text{ g}$$

La masse limite devient :

$$m_{lim} = m_{ethanol} - m = 155 - 110 = 45 \text{ g}$$

et on peut mettre au maximum 5 pièces sans faire couler le verre

Exercice 3 :

- 1) Calculons la chaleur que devrait transmettre l'eau au glaçon pour le fondre totalement

$$Q_f = m_{glace} L_{eau} = \rho_{glace} V_{glace} L_{eau} = 917 \times 10^3 \times 30 \times 10^{-6} \times 333,55 \approx 9180 \text{ J}$$

Or la quantité de chaleur maximale pouvant être fournie par l'eau est :

$$Q_{eau} = m_{eau} c_{eau} t_1 = 0,2 \times 4180 \times 20 \approx 16720 \text{ J}$$

L'eau a donc suffisamment de réserve de chaleur pour fondre les glaçons. Déterminons alors la température d'équilibre en degrés Celsius notée t en faisant le bilan des chaleurs échangées par les glaçons et par l'eau :

La chaleur échangée par l'eau avec l'extérieur est :

$$m_{eau} c_{eau} (t - t_1)$$

Celle échangée par l'eau avec l'extérieur se compose de deux termes, un correspondant à la chaleur reçue pour fondre la glace, l'autre à la chaleur reçue par la glace transformée en eau pour passer de 0 degré à la température d'équilibre.

$$m_{glace} L_{eau} + m_{glace} c_{eau} (t - t_2) = m_{glace} L_{eau} + m_{glace} c_{eau} t$$

Il ne reste plus qu'à écrire la nullité de la somme des échanges de chaleur (en négligeant les échanges fait avec l'air du récipient compte tenu de la valeur négligeable de la capacité thermique de l'air à pression constante comparée à celle de l'eau) :

$$m_{glace} L_{eau} + m_{glace} c_{eau} t + m_{eau} c_{eau} (t - t_1) = 0$$

Soit après résolution :

$$t = \frac{m_{eau} c_{eau} t_1 - m_{glace} L_{eau}}{(m_{glace} + m_{eau}) c_{eau}} = \frac{Q_{eau} - Q_f}{(m_{glace} + m_{eau}) c_{eau}}$$

Avec :

$$m_{glace} + m_{eau} = 917 \times 30 \times 10^{-6} + 0,2 \approx 0,228 \text{ kg}$$

$$t \approx \frac{16720 - 9180}{0,228 \times 4180} \approx 7,9^\circ\text{C}$$

- 2) Il faut au minimum deux glaçons. La température finale sera alors de 0°C car c'est la température où coexistent à l'équilibre l'eau dans les deux états glace et liquide. Avec deux glaçons, l'eau ne pourra fournir que la quantité $Q_{eau} = 16720 \text{ J}$ pour fondre une masse m de glace telle que :

$$m L_{eau} = Q_{eau}$$

Donc :

$$m = \frac{Q_{eau}}{L_{eau}} = \frac{16720}{334} \approx 50 \text{ g}$$

Le volume de glace ayant fondu est donc :

$$V = \frac{m}{\rho_{glace}} = \frac{50 \times 10^{-3}}{917} = 5,4 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 54,5 \text{ cm}^3$$

Il reste donc $5,5 \text{ cm}^3$ de glace dans le récipient.