

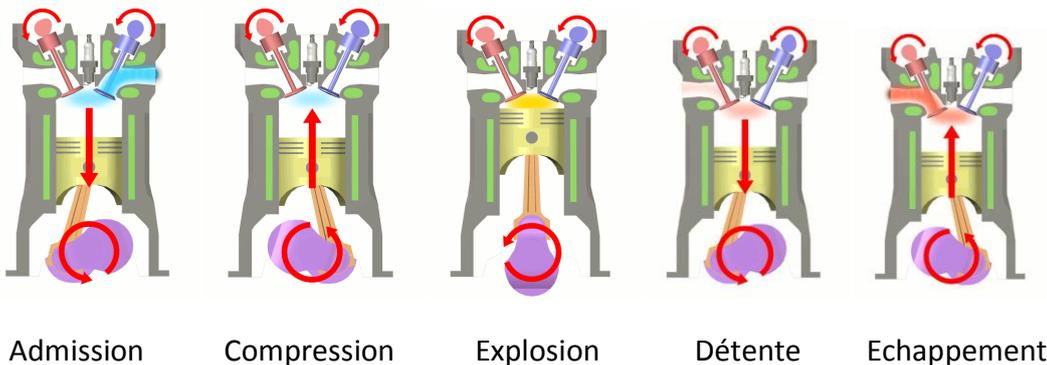
Devoir Maison

Etude thermodynamique d'un moteur à essence à 4 temps

Le but du devoir est d'étudier le moteur de la moto d'un professeur de physique souhaitant rester anonyme.

I Principe d'un moteur à essence à 4 temps :

Un mélange d'air et de carburant (par exemple du super 95 qui est un mélange à 95% d'isooctane, composé de même formule brute que l'octane et à 5% d'heptane) est admis dans un cylindre, puis comprimé, puis enflammé par une bougie d'allumage synchronisée par un arbre à cames pour déclencher l'ignition au point haut du piston, l'explosion conduisant à une poussée motrice du gaz sur le piston, puis enfin évacué du cylindre.



Un moteur à 4 temps se caractérise donc par quatre phases : Admission, Compression, Explosion (suivie d'une détente), Echappement. Détaillons ces phases :

- Admission : Le piston étant à son point haut, le volume dans le cylindre est à sa valeur minimale notée V_{min} et la soupape d'échappement fermée. La soupape d'admission s'ouvre (en fait un peu avant le point haut, mais pour simplifier nous considérerons que cela se fait au point haut), permettant à un mélange d'air et d'essence à la température T_1 et la pression ambiante P_1 d'entrer dans le cylindre jusqu'à ce que le piston soit à son point bas. Le volume du cylindre est alors à sa valeur maximale V_{max} et on définit la cylindrée C_{yl} comme étant la différence $V_{max} - V_{min}$. On considère alors dans cette phase qu'un volume de mélange égal à la cylindrée a été admis sous T_1, P_1 qu'on considère approximativement constant pendant l'admission. Notons alors qu'une même pression agit sur les deux faces du piston, interne et externe. Ce dernier ne reçoit ni ne fournit, nous dirons n'échange aucun travail avec l'extérieur (le mélange sur sa face interne, l'air ambiant sur sa face externe et les parois du cylindre, car nous négligerons les frottements)

- Compression : Au point bas du piston, la soupape d'admission se ferme, la soupape d'échappement restant également fermée, et le piston remonte jusqu'à son point haut, entraîné par l'inertie. Il comprime le mélange gazeux du volume V_{max} au volume V_{min} . Dans cette phase le piston cède du travail au gaz. Cette phase tend donc à freiner la rotation de l'arbre, exerçant un couple résistant sur ce dernier, via la bielle.

- Explosion-détente : Le piston étant au point haut et les deux soupapes toujours fermées, une bougie déclenche une étincelle dans le mélange occupant alors approximativement le volume V_{min} (car en réalité l'allumage se fait un peu avant pour optimiser la pression maximum obtenue dans le cylindre et favoriser le rendement).

-

Dans un moteur à essence, contrairement à un moteur diesel, carburant et comburant sont admis en même temps (pour le diesel, l'injection du gazole se fait dans l'air en fin de compression et se prolonge tout au long de la combustion, un peu comme dans un réacteur, si bien qu'une pression maximum quasi constante peut être maintenue pendant que le piston redescend, ce qui améliore le rendement).

La combustion du carburant dans un moteur à essence se fait donc de façon quasi instantanée, le piston n'ayant pas eu le temps de redescendre de façon très notable. Ce point est important car il conduira à une modélisation de la combustion par une transformation isochore (au volume V_{min} constant).

L'explosion étant réalisée, la combustion quasi isochore a généré une forte augmentation de la température des gaz, donc de la pression (conversion d'énergie chimique en agitation thermique). Cette dernière exerce alors un travail sur le piston en le repoussant vivement. Cette phase engendre un couple moteur et transfère de l'énergie mécanique.

- Echappement : Le piston étant à son point bas, la soupape d'échappement s'ouvre. Le gaz se détend instantanément à une pression voisine de la pression P_1 et dans le même temps, étant très chaud, transfère de l'énergie thermique pendant cette phase (il n'y a qu'à mettre la main sur un bloc moteur en fonctionnement pour s'en rendre compte). Le gaz, constitué d'air et des produits de combustion, est alors évacué du cylindre, passe par le pot d'échappement et se retrouve dans l'environnement où sa température et sa pression finissent par rejoindre celle du milieu ambiant.

A noter dans cette phase, qu'en admettant que la pression du gaz retombe brutalement à la valeur P_1 à l'ouverture de la soupape, le piston voit une même

pression sur sa face interne et externe en évacuant les gaz, donc n'échange aucun travail avec le milieu extérieur. En réalité, la pression interne est supérieure à la pression externe à l'échappement et l'arbre se voit opposé un couple résistant mais que nous négligerons dans l'étude théorique.

II Etude thermodynamique réelle :

Intéressons nous au système fermé formé par le mélange d'air et de carburant contenu dans le cylindre depuis le début de l'admission où il est à l'état gazeux, jusqu'au point où il se retrouve formé d'un mélange de diazote, de dioxyde de carbone et d'eau.

L'état initial du système est caractérisé par les paramètres d'état $P_1, T_1, n_{O_2}, n_{N_2}, n_{carb}$ avec :

n_{O_2} = quantité de dioxygène admise en proportion supposée stoechiométrique avec le carburant

n_{N_2} = quantité de diazote admise (on considérera que l'air est constitué à 21% de dioxygène et 79% de diazote)

n_{carb} = quantité de carburant admise (on supposera pour simplifier qu'il s'agit d'isooctane uniquement)

Ce système, après passage dans le cylindre du moteur, se retrouve dans l'environnement où il est caractérisé à l'état final par les paramètres d'état $P_1, T_1, n_{CO_2}, n_{H_2O}, n_{N_2}$

Notons :

W = travail échangé par le système avec le piston (ce travail est positif)

Q_e = chaleur échangée par le système avec l'environnement hors changement d'état de l'eau produite par la combustion qui passe de l'état de vapeur à l'état liquide.

$-m_{eau} L_{eau}$ = chaleur échangée par le système avec l'environnement par le changement d'état de la masse d'eau m_{eau} produite par la combustion (cette chaleur est négative)

W_e = travail échangé par le système avec l'environnement (à l'admission, à l'échappement et lors de son refroidissement dans l'environnement pendant lequel son volume varie. Ce travail est négatif)

$\Delta H_{comb}^0(T_1)$ = enthalpie de combustion d'une mole de carburant à pression standard P_1 et à la température T_1 .

La variation d'enthalpie du système au cours de la transformation est alors, par définition de l'enthalpie standard de combustion à la température T_1 :

$$\Delta H = n_{carb} \Delta H_{comb}^0(T_1) = m_{carb} \frac{\Delta H_{comb}^0(T_1)}{M_{carb}} < 0$$

On appelle alors pouvoir calorifique supérieur du carburant, la quantité :

$$PCS(carb) = - \frac{\Delta H_{comb}^0(T_1)}{M_{carb}}$$

C'est la chaleur dégagée par la réaction à pression standard P_1 et à la température T_1 par kg de carburant (on parle parfois de chaleur spécifique).

Ainsi :

$$\Delta H = - m_{carb} PCS(carb)$$

En notant ΔU la variation d'énergie interne du système, V_1 son volume initial et V_f son volume final, on en déduit :

$$\Delta U + P_1(V_f - V_1) = - m_{carb} PCS(carb)$$

On peut alors vérifier par un calcul que le terme $P_1(V_f - V_1)$ est négligeable devant $m_{carb} PCS(carb)$ si bien qu'on aura :

$$\Delta U + P_1(V_f - V_1) \approx - m_{carb} PCS(carb)$$

Or, l'application du premier principe donne :

$$\Delta U = W + Q_e - m_{eau} L_{eau} + W_e$$

D'où :

$$W + Q_e - m_{eau} L_{eau} + W_e = - m_{carb} PCS(carb)$$

Soit :

$$W + (Q_e + W_e) + m_{carb} PCS(carb) - m_{eau} L_{eau} = 0$$

$$W + (Q_e + W_e) + m_{carb} \left(PCS(carb) - \frac{m_{eau}}{m_{carb}} L_{eau} \right) = 0$$

On définit alors le pouvoir calorifique inférieur du carburant comme étant :

$$PCI(carb) = PCS(carb) - \frac{m_{eau}}{m_{carb}} L_{eau}$$

Ce qui s'interprète comme étant la chaleur de réaction à laquelle on enlève la chaleur de changement d'état de l'eau. Le $PCI(carb)$ est l'énergie utile, susceptible d'être transformée

en travail, car l'eau de réaction devra se condenser et cette chaleur de condensation n'est pas utile du point de vue des moteurs (ce qui n'est pas le cas des chaudières à condensation, où précisément cette chaleur peut être employée, le $PCS(carb)$ est alors plus approprié pour définir un rendement.

Notons alors :

$$Q_{env} = Q_e + W_e$$

Cette quantité est l'énergie dissipée dans l'environnement autre que celle de changement d'état et qui, in fine, se retrouve intégralement dégradée en énergie désordonnée (C'est donc une chaleur cédée à l'environnement. Alors nous avons :

$$W + Q_{env} + m_{carb} PCI(carb) = 0$$

On définit le rendement de la transformation par :

$$\eta = \frac{|W|}{m_{carb} PCI(carb)} = \frac{-W}{m_{carb} PCI(carb)} = 1 + \frac{Q_{env}}{m_{carb} PCI(carb)}$$

A noter que : $\eta < 1$ car $Q_{env} < 0$

III Etude thermodynamique approchée : cycle de Beau de Rochas :

Afin de dégager les paramètres influençant le rendement de la transformation, on est amené à simplifier l'étude, en faisant les hypothèses suivantes :

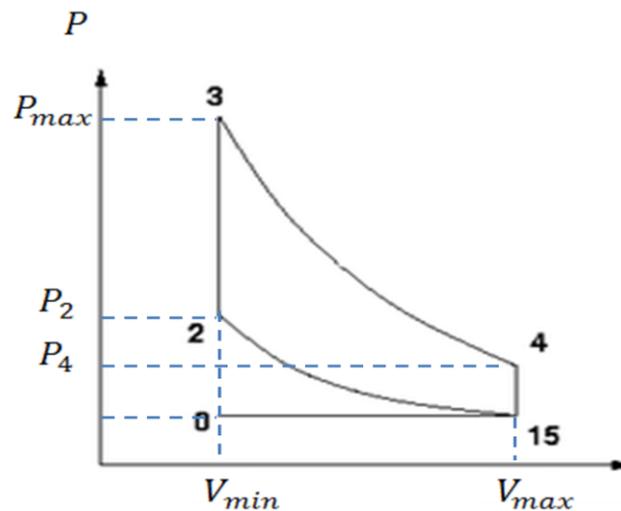
- Le système est considéré comme un mélange de gaz parfaits tout au long de la transformation (malgré des pressions élevées atteintes, de l'ordre de 50 bars)
- Le nombre de moles gazeuses et la valeur γ du mélange gazeux ne varient pas de façon significative lors de la combustion, si bien qu'on peut les considérer constant

On imagine alors que le système se comporte comme un gaz parfait unique de coefficient γ égal à celui du mélange ($\gamma = 1,35$) qui suivrait le cycle suivant de transformations thermodynamiques réversibles, mais sans réaction chimique :

- Compression isentropique (adiabatique réversible) de P_1, V_{max} à P_2, V_{min}
- Echauffement isochore de P_2, V_{min} à P_{max}, V_{min}
- Détente isentropique (adiabatique réversible) de P_{max}, V_{min} à P_4, V_{max}

- Refroidissement isochore de P_4, V_{max} à P_1, V_{max}

Ce cycle, appelé cycle de Beau de Rochas, se représente dans un diagramme dit de Watt, avec les variables d'état P, V , la température s'en déduisant. Une portion 0-1 y est ajoutée par rapport à un diagramme classique. Elle doit être comprise comme décrivant les phases d'admission 0-1 et d'échappement 1-0, le système considéré étant celui du volume se trouvant dans le cylindre, donc un système ouvert.



L'hypothèse qui est faite pour l'apparenter à la transformation réelle est que le gaz reçoit de la source chaude pendant la transformation 2-3 la quantité de chaleur :

$$Q_{comb} = m_{carb} PCI(carb)$$

Ce gaz échange un travail W avec l'extérieur lors des transformations 1-2 et 3-4, qui est censé représenter le travail échangé avec le piston dans la transformation réelle (voir annexe en fin de fichier) et qui est l'aire de la surface délimitée par les portions 1-2-3-4-5 affectée du signe moins. Il échange également une chaleur Q_{env} qui représente la chaleur dissipée dans l'environnement par les gaz de combustion et qui se produit pendant la transformation 4-1. Le bilan du cycle s'écrit simplement, comme dans la transformation réelle :

$$W + Q_{env} + Q_{comb} = 0$$

Le rendement de ce cycle se définit de façon analogue par :

$$\eta = 1 + \frac{Q_{env}}{Q_{comb}}$$

Sauf que nous allons pouvoir l'évaluer en fonction d'une caractéristique du moteur, le coefficient de compression volumétrique :

$$\varepsilon = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Questions :

1) Ecrire l'équation de combustion de l'octane gazeux de formule brute C_8H_{18} dans les conditions standards.

2) Calculer le nombre de moles de mélange admis dans le cylindre. On donne :

$$C_{yl} = 125 \text{ cm}^3, P_1 = 10^5 \text{ Pa}, T_1 = 300 \text{ K}, R = 8,314 \text{ JK}^{-1}$$

En supposant que les réactifs sont en proportions stoechiométriques et la réaction totale, faire un tableau d'avancement incluant le diazote et faire apparaître le nombre de moles gazeuses avant réaction et le nombre de moles gazeuses après réaction. En déduire l'écart relatif (en %).

3) Calculer l'enthalpie standard de combustion de l'octane gazeux à partir des valeurs des enthalpies standard de formation données dans les tables. En déduire le pouvoir calorifique supérieur de l'octane gazeux. Comparer avec la valeur donnée par la fiche de wikipédia sur l'octane : $PCS(\text{octane}) = 47,9 \text{ MJ kg}^{-1}$

4) Calculer le pouvoir calorifique inférieur de l'octane et en déduire Q_{comb} . On donne $L_{eau} = 2265 \text{ kJ kg}^{-1}$

5) Déterminer les différents états P, V, T du cycle de Beau de Rochas en fonction de $P_1, T_1, \varepsilon, \gamma$

6) En déduire le rendement en fonction du rapport ε et de γ . Faire l'application numérique avec : $\varepsilon = 9, \gamma = 1,35$

7) Tracer qualitativement η en fonction de ε , tous les autres paramètres étant fixés

8) On suppose que le rendement réel est de 35% (valeur trouvée dans la littérature motard). Quelle est la puissance du moteur en Watt puis en chevaux vapeur (cv, voir l'extrait wikipédia) si l'arbre tourne à 4500 tours par minutes (chaque tour correspond à une séquence Admission-Compression-Explosion-Echappement donc fournit au piston le travail W associé à Q_{comb})

9) En supposant que le professeur de physique puisse se rendre en moto (125 cm^3) à l'EIVP se situant à 30 km de son domicile, à vitesse supposée constante de 70 Km/h (donc sans feux et sans circulation) et à un régime tel que la vitesse moteur soit constante égale à 3000 tours par minutes, quelle serait la consommation d'essence (en litres) prévue par le modèle ? On donne la masse volumique de l'octane : $0,70 \text{ g cm}^{-3}$.

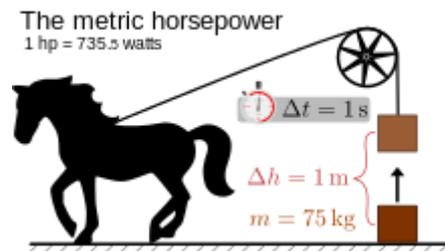
quelle serait ainsi la consommation de la moto estimée par ce modèle (en litre pour 100 km) ? A titre indicatif, des motards sur le net évoquent des consommations variant de 2 à 4 litres aux cent pour une 125 cm^3 selon le mode de conduite, la vitesse, le relief également. Comparer à cette valeur.

Quelle serait (en gramme) la masse de CO_2 rejetée dans l'environnement ?

Conclure sur l'intérêt pour l'île de France de développer des transports en communs fiables pour joindre la capitale et convaincre ce professeur de laisser sa moto au garage.

Extrait wikipédia :

Le cheval-vapeur n'est pas une unité du système métrique actuel (système SI), mais d'un système d'unités associant le mètre au kilogramme-force (ou kilogramme-poids). Dans ce système, l'unité de puissance est le kilogrammètre par seconde, correspondant au travail effectué par une masse de 1 kg tombant de 1 m en 1 seconde dans un champ de pesanteur uniforme. Le cheval-vapeur français a été défini comme valant exactement $75 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit la puissance nécessaire pour soulever (verticalement) un poids de 75 kg (le poids d'un objet étant confondu avec sa masse) en 1 s sur une hauteur de 1 m :



La 3^e Conférence générale des poids et mesures (CGPM) en 1901 a défini la valeur de l'accélération de la pesanteur g qui vaut $9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Le poids d'un objet exprimé en newtons (N) d'une masse de 1 kg est donc égal à :

- masse x accélération de la pesanteur = 1 kg (masse) x $9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ (accélération de la pesanteur) = $9,80665 \text{ N}$.

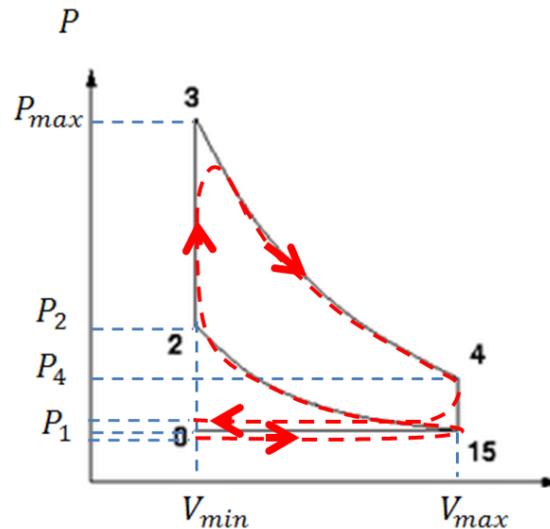
Ainsi, exprimé en watts, 1 W étant la puissance associée au déplacement d'une force de 1 N sur une longueur de 1 m parcourue en 1 s, le cheval-vapeur vaut :

a) le poids (force) d'une masse de 75 kg vaut : $75 \text{ [kg]} \times 9,80665 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}] = 735,49875 \text{ N}^2$ (soit 735,5 N) ;

b) le cheval-vapeur représente donc : $735,5 \text{ [N]} \times 1 \text{ [m]} / 1 \text{ [s]} = 735,5 \text{ W}$.

Annexe : Comparaison du cycle réel et du cycle de Beau de Rochas :

Représentons dans le diagramme de Watt la pression que subit le piston sur sa face interne et exercée par les gaz se trouvant dans le cylindre, en fonction du volume du cylindre ;



A l'admission, la pression sur la face interne du piston est légèrement inférieure à P_1 (le mouvement descendant du piston pour aspirer le mélange crée une légère dépression dans le cylindre).

L'allumage se produit un peu avant que le piston n'atteigne le point haut de façon à ce que sa pression maximale soit atteinte au point haut (c'est l'avance à l'allumage) ceci pour optimiser le rendement, voilà pourquoi la courbe réelle quitte la courbe adiabatique avant la courbe théorique.

La pression maximale réelle est inférieure à la pression maximale théorique, car la combustion n'est pas véritablement isochore. Le gaz voit son volume changer légèrement pendant la combustion et rejoint plus vite la courbe de détente adiabatique dans le cas réel.

A l'ouverture de la soupape d'échappement, la pression chute brutalement (on peut imaginer une bouteille de soda bien secouée que l'on ouvre) mais pas jusqu'à la pression P_1 . Ne perdons pas de vue que l'échappement est freiné par le pot d'échappement et tout ce qui se trouve à l'intérieur (brides, chicane). Pendant le refoulement, le piston subit donc sur sa face interne une pression supérieure à la pression P_1 .

Voyons les conséquences en termes de travail échangé par le piston. Ce dernier voit au cours du cycle, sur sa face interne, une pression P décrite par la courbe en pointillés rouge ci-dessus. Le travail qu'il échange avec le gaz, sur sa face interne est donc :

$$\int_{\text{début d'admission}}^{\text{fin de l'échappement}} P dV$$

et celui qu'il échange sur face externe :

$$\int_{\text{début d'admission}}^{\text{fin de l'échappement}} -P_1 dV$$

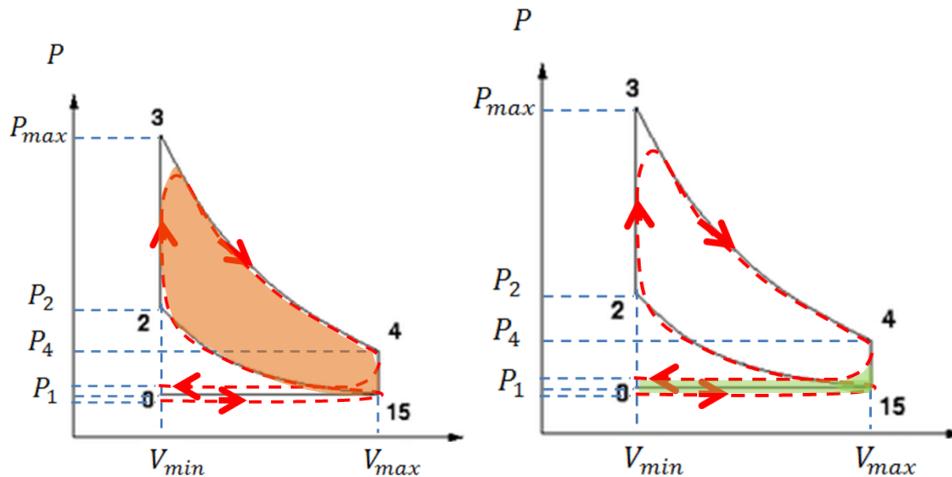
Mais ce dernier travail est nul sur un cycle. Autrement dit, il échange un travail total par cycle :

$$W = \int_{\text{début d'admission}}^{\text{fin de l'échappement}} (P - P_1) dV$$

Décomposons ce travail selon deux phases, la première entre le début d'admission et le moment où, en position basse, le piston s'apprête à refouler les gaz du cylindre, la seconde, entre ce moment et celui où la soupape d'échappement se referme. Notons W_1 le travail échangé par le piston dans la première phase et W_2 dans la seconde phase. Nous avons :

$$W = W_1 + W_2$$

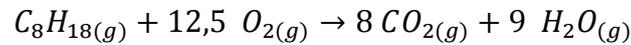
Or ces deux travaux se visualisent sur le diagramme de Watt, comme étant des aires affectées de signe, l'aire en orange pour W_1 affectée du signe plus et en vert pour W_2 affectée du signe moins.



On constate ainsi sur ce diagramme que l'aire du cycle réel est inférieure à celle du cycle théorique, essentiellement parce que la pression maximum est inférieure et les pressions d'admissions et d'échappement différentes de P_1 (de façon significative, surtout la pression d'échappement). Un remède a été trouvé pour améliorer le rendement, abaisser la pression d'échappement le plus près possible de P_1 en prolongeant la détente du gaz, par un dispositif lui permettant de se détendre après l'explosion à un volume bien supérieur au volume d'admission. C'est le moteur d'Atkinson (voir animation sur wikipédia à ce sujet)

Corrigé :

1) Réaction de l'octane sur le dioxygène en phase gazeuse



Le nombre de moles d'air n_{air} en proportion stoechiométrique avec 1 mole de carburant admis est tel que :

$$0,21 n_{air} = 12,5$$

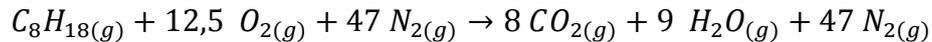
Le nombre de moles de diazote associé est donc tel que :

$$n_{N_2} = 0,79 n_{air}$$

Soit :

$$n_{N_2} = \frac{0,79}{0,21} \times 12,5 \approx 47 \text{ mol}$$

L'équation devient donc, en faisant apparaître le diazote :



2) Le nombre de moles n de mélange admis est tel que :

$$P_1 C_{yl} = n R T_1$$

soit :

$$n = \frac{P_1 C_{yl}}{R T_1} = \frac{10^5 \times 125 \times 10^{-6}}{8,314 \times 300} \approx 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

La fraction molaire de l'isooctane dans le mélange stoechiométrique est :

$$x = \frac{1}{1 + 12,5 + 47} = \frac{1}{60,5}$$

Le nombre de moles d'isooctane admis est donc :

$$n_{carb} = \frac{1}{60,5} \times 5,0 \times 10^{-3} \approx 8,3 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

On en déduit les proportions stoechiométriques de dioxygène et de diazote associées :

$$n_{O_2} = 12,5 \times n_{carb} \approx 103 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$n_{N_2} = 47 \times n_{carb} \approx 388 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

ainsi que la composition du mélange en phase gazeuse juste après la combustion :

$$n_{CO_2} = 8 \times n_{carb} \approx 66,1 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$n_{H_2O} = 9 \times n_{carb} \approx 74,4 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$n_{N_2} = 47 \times n_{carb} \approx 388 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

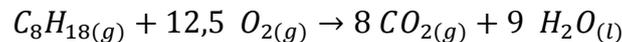
Soit un total :

$$n' = 528,5 \times 10^{-5} \approx 5,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

La variation relative du nombre de moles gazeuse après combustion est donc :

$$\frac{n' - n}{n} \approx \frac{0,3}{5} \approx 6 \%$$

3) Réaction de combustion de l'isooctane gazeux



Déterminons l'enthalpie de cette réaction (enthalpie de combustion de l'octane gazeux) à la température T_1 à partir des enthalpies de formation des composés.

$$\begin{aligned} \Delta H_{comb}^0(T_1) &\approx \Delta H_{comb}^0(25^\circ\text{C}) \\ &= 8 \Delta H_f^0(CO_{2(g)}) + 9 \Delta H_f^0(H_2O_{(l)}) - \Delta H_f^0(C_8H_{18(g)}) - 12,5 \Delta H_f^0(O_{2(g)}) \\ &= 8 \times (-393,5) + 9 \times (-285,8) - (-208,4) = -5512 \text{ kJ mol}^{-1} \end{aligned}$$

Nous en déduisons le pouvoir calorifique supérieur de l'isooctane gazeux :

$$PCS(carb) = \frac{-\Delta H_{comb}^0(T_1)}{M(C_8H_{18})} = \frac{5512 \times 10^3}{114,2 \times 10^{-3}} \approx 48,3 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1} = 48,3 \text{ MJ kg}^{-1}$$

Cette valeur est proche de celle trouvée dans wikipédia. La différence tient au fait que la valeur de wikipédia correspond à la combustion de l'isooctane à l'état liquide et non gazeux, ce qui modifie légèrement l'enthalpie de formation de l'isooctane.

4) Pouvoir calorifique inférieur

Nous avons :

$$PCI(carb) = PCS(carb) - m_{eau} L_{eau}$$

Calculons donc la masse d'eau m_{eau} produite par kg d'isooctane. Le nombre de moles d'isooctane contenus dans $1 kg$ d'isooctane est :

$$n_{carb} = \frac{1000}{114,2}$$

Le nombre de moles d'eau produites est donc :

$$n_{H_2O} = 9 \times \frac{1000}{114,2}$$

Et la masse correspondante :

$$m_{eau} = 9 \times \frac{1000}{114,2} \times 18 \approx 1419 \text{ g} = 1,419 \text{ kg}$$

La chaleur évacuée dans la condensation de cette masse d'eau est ainsi :

$$m_{eau} L_{eau} = 1,419 \times 2265 \times 10^3 \approx 3,2 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1} = 3,2 \text{ MJ kg}^{-1}$$

d'où le pouvoir calorifique inférieur :

$$PCI(carb) = 48,3 - 3,2 = 45,1 \text{ MJ kg}^{-1}$$

La chaleur de combustion utile, c'est-à-dire pouvant être transformée en travail à chaque cycle moteur, est donc :

$$Q_{comb} = m_{carb} PCI(carb)$$

où m_{carb} est la masse de carburant admise par cycle, soit :

$$Q_{comb} = 8,0 \times 10^{-5} \times 114,2 \times 10^{-3} \times 45,1 \times 10^6 \approx 427 \text{ J}$$

Complément – Quelques réflexions supplémentaires sur la justification du cycle de Beau de Rochas comme modèle idéal du cycle réel.

Considérons le système formé par le mélange juste avant l'ouverture d'admission et le reste de mélange après combustion se trouvant dans le volume V_{min} , le piston étant à son point haut et suivons les transformations pendant les phases d'admission, de compression et d'explosion supposée isochore.

Notons U_0, U_1, U_2, U_3 les valeurs de l'énergie interne de ce système aux différents points de transformation, notés comme sur le cycle de Beau de Rochas.

Nous avons d'une part :

$$U_3 - U_0 = (U_3 - U_2) + (U_2 - U_1) + (U_1 - U_0)$$

Or :

$U_3 - U_2 = 0$ car le système subit une combustion isochore, sans échange de travail donc, et de chaleur (combustion rapide, les échanges thermiques n'ont pas le temps de se faire)

$U_2 - U_1 = W_{12}$ travail échangé avec le piston dans la compression considérée comme adiabatique car rapide.

$U_1 - U_0 = 0$ car le système ne voit pas ses paramètres d'état varier (ou peu, on négligera l'effet de la température des gaz résiduels supérieure à T_1)

D'autre part, si on désigne par U_f l'énergie interne qu'aurait le système dans sa composition molaire après combustion, s'il était à la température T_1 et à la pression P_1 , on a :

$$U_f - U_0 \approx H_f - H_0 = -m_{carb} PCS(carb) = -Q_{comb} - m_{eau} L_{eau}$$

Mais aussi :

$$U_f - U_0 = (U_f - U_3) + (U_3 - U_0)$$

Or :

$$\begin{aligned} U_f - U_3 &= \\ &= -m_{eau} L_{eau} + m_{eau} C_{eau} (T_1 - 373) + \frac{(n' - n_{H_2O}) R}{\gamma - 1} (T_1 - 373) + \frac{n' R}{\gamma - 1} (373 - T_3) \\ &= -n_{H_2O} M(H_2O) L_{eau} - n_{H_2O} \left(M(H_2O) c_{eau} - \frac{R}{\gamma - 1} \right) (373 - T_1) - \frac{n' R}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) \end{aligned}$$

Comparons :

$$Q_{comb} \approx 427 J$$

$$n_{H_2O} M(H_2O) \left(c_{eau} - \frac{R}{\gamma - 1} \right) (373 - T_1) \approx 74,4 \times 10^{-5} \left(18 \times 4,2 - \frac{8,31}{0,4} \right) \times 73 \approx 3,0 J$$

Ainsi, la quantité précédente est négligeable devant Q_{comb} et on peut écrire, en confondant, nombre de moles gazeuses avant et après combustion et un même coefficient γ pour le système gazeux avant et après combustion, constant sur les plages de température concernées (ce qui est discutable car la température des gaz varie sur une grande plage)

$$-Q_{comb} - m_{eau} L_{eau} \approx -m_{eau} L_{eau} - \frac{n R}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) + W_{12}$$

Soit :

$$Q_{comb} + W_{12} = \frac{n R}{\gamma - 1} (T_3 - T_1)$$

Autrement dit, pour déterminer l'état 3 en fin de combustion isochore, il suffit de considérer le système comme un gaz parfait, dans des conditions initiales (P_1, V_{max}, T_1) suivant une compression adiabatique supposée réversible qui l'amène à l'état (P_2, V_{min}, T_2) puis une transformation isochore où il reçoit la chaleur Q_{comb} du milieu extérieur. Cette démarche conduit à estimer T_3 mais en le surévaluant, car aux fortes pressions créées par la combustion le système ne peut être considéré comme ayant un comportement de gaz parfait.