Référentiels galiléens – forces d'inertie

1) Définition d'un référentiel galiléen

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel on peut appliquer la **seconde loi de Newton**

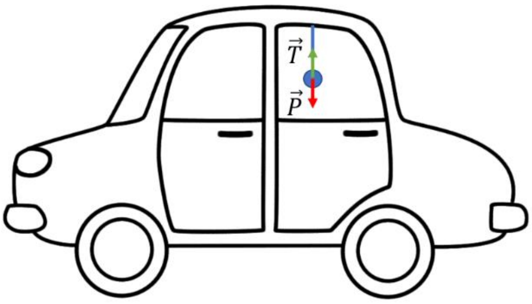
$$\boxed{\sum \vec{F}^{ext} = m\,\vec{a}}$$

où le premier membre désigne la résultante des forces appliquées au système matériel considéré et le second membre, le produit de la masse du système par le vecteur accélération de son **centre de gravité** (ou centre d'inertie, c'est le même point)

En particulier, si un référentiel est galiléen, la loi de la statique s'applique, à savoir que si un objet est au repos (son centre d'inertie immobile) alors la résultante des forces qui s'y appliquent est nulle.

On peut faire l'expérience du pendule pour caractériser le fait qu'un référentiel est ou n'est pas galiléen :

Considérons un pendule formé d'une bille d'acier reliée à une ficelle et plaçons le pendule dans une voiture immobile par rapport à la Terre.



La bille d'acier reste au repos. Les forces qui agissent dessus sont son poids apparent $\vec{P}$ qui est la résultante de l'attraction gravitationnelle et d'une force centrifuge (nous y reviendrons) et la tension du fil $\vec{T}$.

Les deux forces agissantes sont bien colinéaires et de sens contraire et vérifient :

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

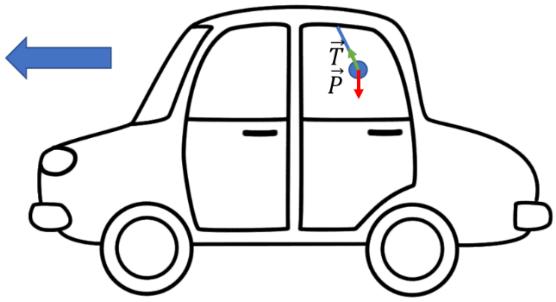
Le référentiel de la voiture qui n'est autre que le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen même s'il ne l'est pas totalement, ce point sera éclairci.

La voiture roule maintenant rectilignement à vitesse constante. La bille se retrouve dans la même situation que précédente et le référentiel de la voiture est donc encore galiléen.

La voiture roule maintenant à vitesse constante mais dans un virage circulaire. $\vec{P}$ et $\vec{T}$ ne sont plus colinéaires et la loi de la statique n'est plus vérifiée car, bien que la bille demeure immobile, on a :

$$\vec{P} + \vec{T} \neq \vec{0}$$

Il en est de même lorsque la voiture est en mouvement uniformément accéléré comme le montre la figure



<u>Autre exemple</u> : Si un observateur tenant un pendule à la main se déplace rectilignement à vitesse constante dans un TGV roulant à vitesse constante de façon rectiligne alors la loi de la statique pour le pendule est encore vérifiée.

Ainsi, si la loi de la statique est vérifiée dans un référentiel, elle l'est de la même façon dans tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à ce dernier. C'est ce qui définit la notion de référentiel galiléen.

Le plus galiléen des référentiels est le **référentiel héliocentrique**. C'est lui qui sert de référence pour définir les autres qui sont tous les référentiels en translation rectiligne uniforme par rapport à ce dernier.

Cependant, pour des expériences faites sur une certaine durée de temps, on peut considérer certains référentiels d'intérêts comme étant approximativement galiléen, ce sont **les référentiels géocentriques et terrestres**. Explication :

Le référentiel géocentrique est en translation quasi-circulaire par rapport au référentiel héliocentrique. Le centre de la Terre pris comme origine de ce référentiel, décrit une ellipse très proche d'un cercle dans un plan appelé plan de l'écliptique. Le mouvement de ce référentiel sur une période de quelques jours peut être assimilé à un mouvement de translation rectiligne uniforme.

Le référentiel terrestre est en mouvement de rotation à vitesse constante par rapport au référentiel géocentrique. Un point de la surface de la Terre pris comme origine de ce référentiel y décrit une trajectoire circulaire uniforme. Le mouvement de ce référentiel sur une période de quelques minutes peut être assimilé à un mouvement de translation rectiligne uniforme et donc le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

<u>2) Loi de Newton dans un référentiel non galiléen</u>

Prenons l'exemple du référentiel terrestre qui n'a pas un mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel héliocentrique et qui n'est donc pas en toute rigueur galiléen.

Pour simplifier, considérons une expérience se déroulant sur une période de temps pour laquelle on peut considérer le référentiel géocentrique comme galiléen.

Considérons alors un système matériel de masse m et de centre de gravité M qui se déplace dans le référentiel terrestre et donc dans le référentiel géocentrique et notons :

$\vec{v}_r$ le vecteur vitesse de ce point dans le référentiel terrestre (on parle de **vitesse relative**)

$\vec{v}_e$ le vecteur vitesse dans le référentiel géocentrique du point du référentiel terrestre coïncidant avec M (on parle de **vitesse d'entrainement**)

$\vec{v}_a$ le vecteur vitesse de M dans le référentiel géocentrique (on parle de **vitesse absolue**)

$\vec{a}_r$ le vecteur accélération de ce point dans le référentiel terrestre (on parle d'**accélération relative**)

$\vec{a}_e$ le vecteur accélération dans le référentiel géocentrique du point du référentiel terrestre coïncidant avec M (on parle **d'accélération d'entrainement**)

$\vec{a}_a$ le vecteur accélération de M dans le référentiel géocentrique (on parle **d'accélération absolue**)

Alors on démontre par calcul mathématique les relations :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{a}} &= \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{r}} + \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{e}} \\ \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{a}} &= \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{r}} + \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{e}} + \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{c}}\end{aligned}}$$

où $\vec{a}_c$ est un terme supplémentaire qui apparait et est appelé **accélération de Coriolis**. Il est défini par :

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{c}} = \mathbf{2}\, \vec{\boldsymbol{\omega}} \wedge \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{r}}}$$

Où $\vec{\omega}$ est le **vecteur rotation de la Terre** dans le référentiel géocentrique.

Ainsi, en supposant le système matériel soumis à l'attraction gravitationnelle de la Terre $\vec{P}$ et à d'autres forces dont la résultante vaut $\vec{F}$ (résistance de l'air, force de poussée ou de traction, réaction de support, force magnétique, électrique, etc…) on peut appliquer la deuxième loi de Newton dans le référentiel géocentrique considéré comme approximativement galiléen. Cela donne :

$$\vec{F} + \vec{P} = m\, \vec{a}_a$$

Donc :

$$\vec{F} + \vec{P} = m\, \vec{a}_r + m\, \vec{a}_e + m\, \vec{a}_c$$

$$\vec{F} + \vec{P} - m\, \vec{a}_e - m\, \vec{a}_c = m\, \vec{a}_r$$

On constate alors qu'on peut appliquer la seconde loi de Newton dans le référentiel terrestre à condition d'ajouter des forces fictives qui sont :

$\vec{F}_e = -m\, \vec{a}_e$ appelée **force centrifuge**

$\vec{F}_c = -m\, \vec{a}_c$ appelée **force de Coriolis**

Toutefois la quantité $\vec{P}_{app} = \vec{P} - m\, \vec{a}_e$ est appelée **poids apparent**. C'est cette grandeur qui est mesurée par un dynamomètre et qu'on appelle poids terrestre du système. A noter que l'on a :

$$\vec{P}_{app} = -m\, \frac{G\, M_T}{r^2} \vec{u} - m\, \vec{a}_e = m\, \left(-\frac{G\, M_T}{r^2} \vec{u} - \vec{a}_e\right) = m\, \vec{g}_{app}$$

Posons :

$$\vec{g}_{grav} = -\frac{G\, M_T}{r^2} \vec{u}$$

$\vec{g}_{grav}$ est le **champ gravitationnel** créé par la Terre au point M. On a ainsi :

$$\boxed{\vec{g}_{app} = \vec{g}_{grav} - \vec{a}_e}$$

$\vec{g}_{app}$ est le vecteur **d'intensité de pesanteur**. C'est lui qu'on note $\vec{g}$ plus simplement. La seconde loi de Newton s'écrit alors dans le référentiel terrestre :

$$\boxed{\vec{F} + \vec{P}_{app} - m\,\vec{a}_c = m\,\vec{a}_r}$$

Le poids apparent à la surface de la Terre dépend de la latitude. Il est maximal en intensité au pôle nord où il n'y a pas de force centrifuge et minimal à l'équateur, où la force centrifuge a la plus forte intensité.

3) Importance de la force de Coriolis

Pour évaluer l'importance de la force de Coriolis, nous allons comparer la norme de l'accélération de Coriolis dans un cas où elle est maximale, celui où $\vec{\omega}$ et $\vec{v}_r$ sont orthogonaux et $\|\vec{v}_r\| = 30\ m\ s^{-1}$, avec la norme du vecteur intensité de pesanteur à la surface de la Terre qui est d'environ 9,8 $m\ s^{-2}$. On a :

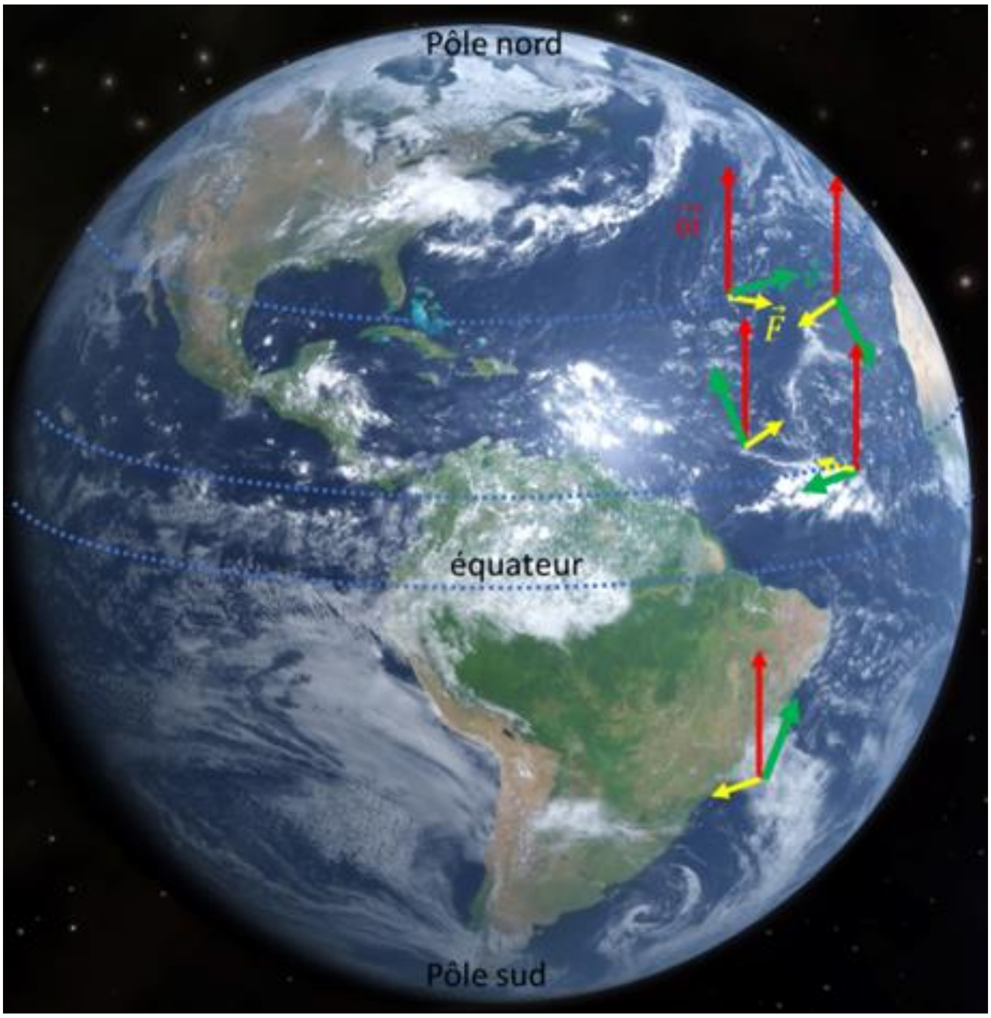
$$\|\vec{\omega}\| = \frac{2\,\pi}{T}$$

Où T est la période de révolution de la Terre dans le référentiel géocentrique que nous prendrons égale à 24 h. Ainsi :

$$\|\vec{a}_c\| = 2\,\|\vec{\omega}\|\,\|\vec{v}_r\| = 2 \times \frac{2\,\pi}{24 \times 3600} \times 30 = \frac{12\,\pi}{24 \times 360} = \frac{\pi}{720} \approx 4{,}4 \times 10^{-3}\ m\ s^{-2}$$

L'accélération de Coriolis est donc négligeable devant l'intensité de pesanteur.

Toutefois, il est un phénomène dans lequel la pesanteur ne joue pas de rôle particulier et où la force de Coriolis joue un rôle essentiel, celui de la formation des **cyclones**, en déviant les masses nuageuses en mouvement, comme le montre la figure ci-dessous où on a représenté dans l'hémisphère Nord la force de Coriolis en jaune dans quatre situations de vecteur vitesse de la masse nuageuse (en vert) , vers le Nord, vers l'Est, vers le Sud et vers l'Ouest, ainsi qu'une situation dans l'hémisphère Sud montrant un phénomène inversé.



Dans l'hémisphère nord, la force de Coriolis dévie vers l'Est les courants qui remontent vers le Nord et vers l'Ouest ceux qui descendent vers le Sud, le phénomène inverse se produisant dans l'hémisphère Sud.

Les cyclones qui se forment tournent donc dans le sens horaire dans l'hémisphère Nord et dans le sens antihoraire donc trigonométrique dans l'hémisphère Sud.