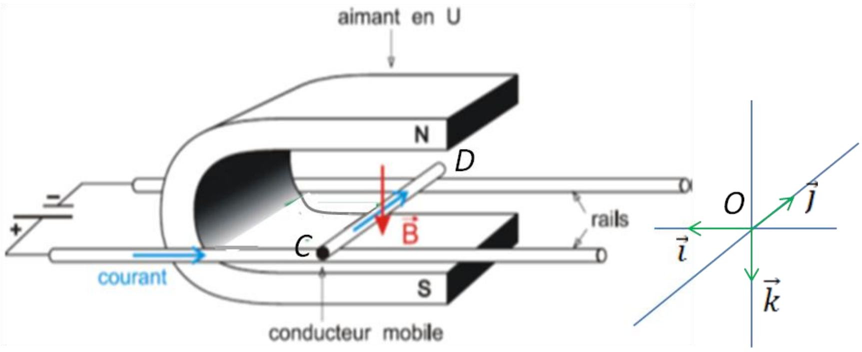
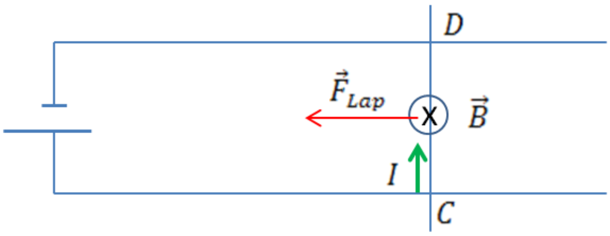
Conversions énergie-électrique-énergie mécanique

I Exemple en fonctionnement moteur

Reprenons un dispositif déjà traité en exercice



Un générateur de courant continu alimente en courant une barre mobile pouvant rouler sur deux rails et plongée dans le champ magnétique constant produit par un aimant en fer à cheval. Il en résulte une force de Laplace qui met la barre en mouvement.



Le champ contre-électromoteur auquel est soumis un électron de conduction du fait de la force de Lorentz est :

$$\vec{E}'_m = (\vec{v} + \overrightarrow{v_1}) \wedge \vec{B} = -v\, B\, \vec{\jmath} - v_1 B\, \vec{\imath}$$

où $\vec{v}$ désigne le vecteur vitesse de la barre mobile dans le référentiel terrestre et $\overrightarrow{v_1}$ désigne le vecteur vitesse relative de l'électron de conduction dans le référentiel de la barre mobile, soit :

$$\vec{v} = v\, \vec{\imath} \quad , \quad \overrightarrow{v_1} = -v_1\, \vec{\jmath}$$

Ainsi :

$$\vec{E}'_m = (v\, \vec{\imath} \; - v_1\, \vec{\jmath}\,) \wedge B\, \vec{k} = -v\, B\, \vec{\jmath} - v_1 B\, \vec{\imath}$$

La force contre électromotrice positive de D vers C est donc :

$$e' = e_{DC} = \vec{E}'_m \cdot \overrightarrow{DC} = (-v\,B\,\vec{j} - v_1 B\,\vec{\imath}) \cdot (-L\,\vec{j}) = v\,B\,L$$

Ainsi :

$$e_{CD}\,I_{CD} = -e'I = -v\,B\,L\,I < 0$$

La puissance mécanique de la force de Laplace est :

$$\mathcal{P}_{méca} = \vec{F}_{Lap} \cdot \vec{v} = B\,I\,L\,\vec{\imath}\,\cdot v\,\vec{\imath} = B\,I\,L\,v$$

Nous obtenons ainsi la formule :

$$\boxed{\mathcal{P}_{méca} = e'I = -e_{CD}\,I_{CD}}$$

Voyons maintenant comment déterminer les caractéristiques du mouvement, en supposant le générateur de fém e et de résistance interne r, la barre mobile de résistance R , la résistance des rails de cuivre étant supposée négligeable devant R. Nous supposerons également négligeables les frottements mécanique sur la barre mobile de masse m.

La seconde loi de Newton pour la barre s'écrit :

$$\vec{F}_{Lap} = m\,\vec{a}$$

Soit en projection sur $\vec{\imath}$:

$$B\,I\,L = m\,\frac{dv}{dt}$$

En écrivant la tension U_{CD} de deux manières, on obtient :

$$e - r\,I = R\,I - e_{CD}$$

soit :

$$I = \frac{e - e'}{R + r} = \frac{e - v\,B\,L}{R + r}$$

En reportant dans la loi de Newton :

$$m\,\frac{dv}{dt} = B\,L\,\frac{e - v\,B\,L}{R + r}$$

soit, après normalisation :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{(B\,L)^2}{m\,(R + r)}\,v + \frac{B\,L\,e}{m\,(R + r)}$$

Nous sommes face à une équation différentielle classique que l'on met sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}\ v + \frac{1}{\tau}\ v_{lim}$$

en posant :

$$\tau = \frac{m\ (R + r)}{(B\ L)^2} \quad , \quad v_{lim} = \frac{e}{B\ L}$$

La solution est alors :

$$v = v_{lim}\ \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La barre tend donc vers une vitesse limite v_{lim} (à condition de ne pas sortir de la zone de champ magnétique avant) qui se traduit par l'égalité de la force électromotrice et de la force contre électromotrice. Le courant circulant est alors nul.

II Cas général

Considérons, dans une portion mobile de circuit conducteur, animée d'un vecteur vitesse $\vec{v}$ par rapport à un référentiel galiléen et plongée dans une région où règne un champ magnétique, une quantité infinitésimale dn d'électrons de conduction.

Notons $\overrightarrow{v_1}$ le vecteur vitesse du centre de gravité du système formé par ces électrons dans le référentiel de la portion de conducteur.

Le système portant une charge $dq = -e\ dn$ est soumis à une force de Lorentz :

$$\overrightarrow{dF_L} = -e\ dn\ \ (\overrightarrow{v_1} + \vec{v}) \wedge \vec{B} = -e\ dn\ \ \overrightarrow{v_1} \wedge \vec{B}\ - e\ dn\ \ \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\overrightarrow{dF_L}$ apparaît donc constitué de deux composantes :

$$\overrightarrow{dF_1} = -e\ dn\ \ \overrightarrow{v_1} \wedge \vec{B}$$

$$\overrightarrow{dF_2} = -e\ dn\ \ \vec{v} \wedge \vec{B} = -e\ dn\ \overrightarrow{E_m}$$

$\overrightarrow{dF_1}$ est à l'origine à la fois d'un effet Hall qui permet au système d'électrons de conserver sa trajectoire sur les lignes de courant que l'on verrait en l'absence de champ magnétique, et de la force de Laplace. C'est par cette dernière dont l'effet est ordonné que la portion de conducteur mobile peut convertir une puissance mécanique en puissance électrique ou vice versa.

$\overrightarrow{E_m}$ est le champ électromoteur dont le travail le long d'une ligne de courant donne précisément la force électro-motrice (ou contre-électromotrice).

La puissance associée à la force $\overrightarrow{dF_1}$ est :

$$\overrightarrow{dF_1} \cdot \vec{v} = -e\, dn\ \overrightarrow{v_1} \wedge \vec{B}\ \cdot\ (\overrightarrow{v_1} + \vec{v}) = -e\, dn\ \overrightarrow{v_1} \wedge \vec{B}\ \cdot \vec{v}$$

$$= e\, dn\ \vec{v} \wedge \vec{B}\ \cdot \overrightarrow{v_1} = e\, dn\, \overrightarrow{E_m}\ \cdot\ \overrightarrow{v_1}$$

On introduit le vecteur densité de courant en notant dV le volume occupé par le système d'électrons :

$$\vec{j} = -\, e\, \frac{dn}{dV}\, \overrightarrow{v_1}$$

Alors :

$$\overrightarrow{dF_1} = -\overrightarrow{E_m}\ \cdot\ \vec{j}\, dV$$

Considérons alors un tube de courant élémentaire autour d'une ligne de courant allant d'un point A d'une section extrémité à un point B de l'autre section extrémité de la portion de conducteur. La conservation de la charge impose que l'intensité reste constante le long de la ligne de courant à travers une section de tube d'abscisse l et vaut :

$$dI_{AB} = j(l)\, dS(l)$$

$j(l)$ étant la composante de $\vec{j}$ sur la normale $\vec{n}$ à la section, tangente à la ligne de courant orientée de A vers B

La puissance mécanique échangée par un tube de courant élémentaire entre deux sections extrêmes A et B de la portion de conducteur est :

$$-\int_A^B \overrightarrow{E_m}(l)\ \cdot\ \vec{j}(l)\ dS(l)\, dl = -\int_A^B \overrightarrow{E_m}(l) \cdot j(l)\vec{n}\ dS(l)\, dl = -\, dI_{AB} \int_A^B \overrightarrow{E_m}(l) \cdot dl\, \vec{n}$$
$$= -e_{AB}\, dI_{AB}$$

Ainsi, la puissance mécanique totale échangée par la portion de conducteur mobile est :

$$\boxed{\mathcal{P}_{méca} = -e_{AB}\, I_{AB}}$$

Distinguons deux cas :

<u>Premier cas</u> : fonctionnement en moteur : $\mathcal{P}_{méca} > 0$

Dans ce cas la puissance mécanique développée par la force de Lorentz génère un travail moteur sur le conducteur, lequel peut être transformé en énergie mécanique.

e_{AB} étant de signe opposé à I_{AB} c'est donc une force contre-électromotrice. Il faut donc un générateur électrique mis en série avec le conducteur mobile pour générer un tel courant.

<u>Deuxième cas</u> : fonctionnement en générateur électrique : $\mathcal{P}_{méca} < 0$

Dans ce cas la puissance mécanique développée par la force de Lorentz génère un travail résistant sur le conducteur. Ce dernier doit donc être mis en mouvement par une action mécanique.

e_{AB} étant de même signe que I_{AB} c'est donc une force électromotrice. Le conducteur mobile se comporte alors comme un générateur de courant. Il peut être mis en série dans un circuit électrique formé de dipôles passifs.