

Conducteurs électriques en équilibre électrostatique

Avant propos

Nous avons vu dans les fichiers précédents comment calculer le champ électrique et le potentiel électrostatique associé, étant donné une distribution de charges connue. Nous allons maintenant nous poser la question sur la façon dont se répartissent les charges dans des matériaux dits conducteurs quand ces derniers sont en équilibre électrostatique, c'est-à-dire que les distributions de charges restent invariantes dans le temps.

I Définition

Un conducteur est un matériau pouvant transmettre le fluide électrique, qu'il soit de nature positive ou négative. L'exemple type de conducteur est le métal, le cuivre par exemple, qui est un excellent conducteur. L'exemple type de non conducteur est le verre, utilisé en électrostatique en tant qu'isolant précisément.

Le caractère conducteur s'explique par la présence, au sein du matériau, de fluide électrique négatif peu lié formant une sorte de gaz dit d'électrons libres.

La différence de comportement entre conducteurs et isolants est essentielle. Les premiers répartissent leur charge à leur surface sans aucune contrainte, les seconds localisent leurs charges, là où ils ont subi une friction par exemple, sinon la triboélectricité n'existerait pas, car sitôt frottés, deux corps conducteurs se déchargeraient instantanément pour se rééquilibrer.

II Champ électrique et potentiel dans un conducteur en équilibre

Soit un conducteur en équilibre électrostatique, constitué par un milieu conducteur de volume V délimité par une surface ou un ensemble de surfaces S , le conducteur pouvant être creux avec une surface interne et une surface externe comme une sphère, ou plein comme une boule par exemple.

Alors, le champ électrique est nécessairement nul en tout point du milieu conducteur, et il ne peut y avoir de charges à l'intérieur de ce milieu. Les charges se répartissent donc sur la surface ou les surfaces S délimitant le milieu conducteur.

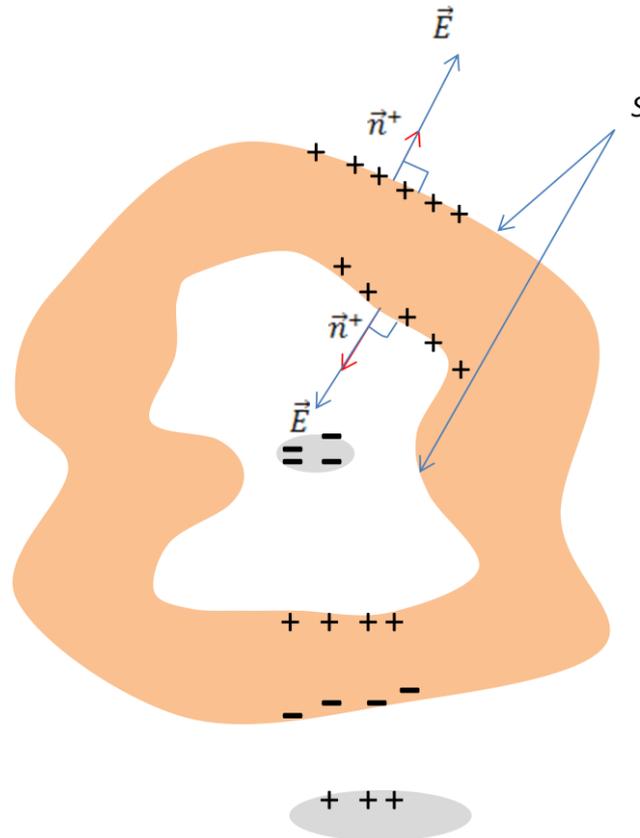
En effet, s'il existait un champ électrique en un point du milieu conducteur, les charges mobiles de ce milieu que sont les électrons subiraient un déplacement du fait d'un champ électrostatique en ce point. Et s'il y avait des charges à l'intérieur du milieu, le champ local qu'elles créeraient, les feraient disparaître sous l'action des électrons mobiles. Notons que ces effets ne peuvent pas avoir lieu dans un isolant.

Voyons alors ce qu'il en est sur une surface faisant frontière entre le milieu conducteur et le milieu qui ne l'est plus. Si le champ électrique, hors du milieu conducteur et au voisinage immédiat de cette surface, avait une composante dans le plan tangent de cette surface, alors là encore, la distribution de charges ne serait pas en équilibre, car les charges mobiles pourraient se déplacer dans le plan tangent. Nous pouvons donc formuler :

Dans un conducteur en équilibre électrostatique dont le milieu conducteur est un volume délimité par une surface ou un ensemble de surfaces S , les charges électriques se répartissent sur cette surface ou ces surfaces (par exemple externe et interne pour une sphère) et le vecteur champ électrique hors du milieu conducteur et au voisinage immédiat d'une surface est orthogonal au plan tangent à la surface.

Si \vec{n}^+ désigne la normale sortante à une surface S frontière en un point M (c'est-à-dire, la normale pointant de l'intérieur vers l'extérieur du milieu conducteur) nous écrivons alors, pour ce champ électrique :

$$\vec{E} = E_n \vec{n}^+$$



Nous avons représenté sur la figure un conducteur en orange, initialement chargé puis influencé depuis l'intérieur et depuis l'extérieur par deux autres conducteurs en gris.

La conséquence en termes de potentiel est immédiate. Considérons en effet deux points A et B extérieurs au milieu conducteur et infiniment proches de la surface S , et relier les par un chemin infiniment proche de cette surface et toujours extérieur au volume. En tout point de ce chemin, le champ électrique est orthogonal à un vecteur tangent à ce chemin. Nous en déduisons :

$$V_A - V_B = \int_{A \rightarrow B} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

En d'autres termes, et en rappelant que le potentiel reste continu dans tout l'espace excepté aux points où il y a des charges ponctuelles, donc même aux points de densité surfacique ou volumiques de charges :

Le potentiel électrostatique a la même valeur en tout point d'une surface frontière d'un volume défini par un milieu conducteur. Une telle surface est donc équipotentielle.

Le champ électrique étant nul dans le milieu conducteur en équilibre électrostatique, le raisonnement précédent sur le potentiel montre que ce dernier a la même valeur en tout point de ce milieu (point de la zone orange sur la figure précédente).

Le volume défini par un milieu conducteur en équilibre électrostatique est donc un volume équipotentiel.

Une autre conséquence apparaît. Considérons un volume entouré par la surface d'un conducteur en équilibre électrostatique et dans lequel il n'y pas de charges. La surface étant équipotentielle, nous en déduisons :

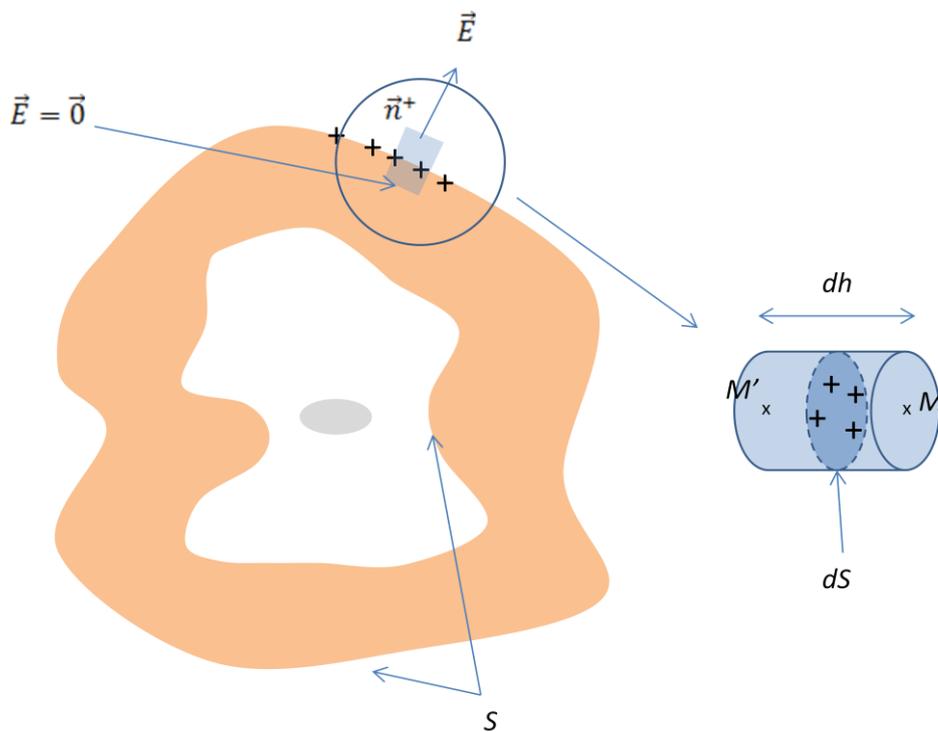
Tout volume exempt de charges et entouré par la surface d'un milieu conducteur en équilibre électrostatique est un volume équipotentiel et le champ électrique est nul en tout point de ce volume.

Cette propriété est le principe de base des écrans électriques que nous allons étudier plus loin.

III Discontinuité du champ électrique à la traversée des surfaces chargées

Considérons un conducteur dont le milieu conducteur occupe un volume délimité par une ou des surfaces frontières S , à l'équilibre électrostatique, et un point M hors de ce volume au voisinage immédiat de cette surface, où la densité surfacique de charges est σ . Nous avons vu que le champ électrostatique y était orthogonal à cette surface.

Formons alors, sur un disque infinitésimal de centre M et d'aire dS , un petit cylindre de hauteur infinitésimale dh traversant le conducteur.



Appliquons maintenant le théorème de Gauss à ce cylindre, en désignant par $S_{latérale}$ la surface latérale du cylindre, S_M le disque de centre M et $S_{M'}$ le disque opposé de centre M' .

$$\oiint_{S_{latérale}} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \oiint_{S_M} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \oiint_{S_{M'}} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

Or, sur la surface latérale, le champ électrique est dans le plan tangent à cette surface donc :

$$\oiint_{S_{\text{latérale}}} \vec{E} \cdot \vec{dS} = 0$$

Et sur la base située dans le conducteur, le champ électrique est nul, donc :

$$\oiint_{S_{M'}} \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

Il reste donc pour le flux, la seule contribution :

$$\oiint_{S_{M'}} \vec{E} \cdot \vec{dS} = E_n \vec{n}^+ \cdot dS \vec{n}^+ = E_n dS$$

On en déduit :

$$E_n dS = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

Soit finalement :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}^+$$

IV Pression électrostatique

Considérons toujours un conducteur en équilibre électrostatique, et S une surface frontière. Isolons en un point M un petit élément de surface dS assimilé à un disque de rayon r . Le champ électrique \vec{E} créé en un point infiniment voisin de M est la somme de deux champs, celui \vec{E}_{disque} créé par le disque et celui \vec{E}_{reste} créé par le reste du conducteur soit :

$$\vec{E} = \vec{E}_{disque} + \vec{E}_{reste}$$

Or nous avons vu d'une part que :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}^+$$

D'autre part, nous avons établi dans le fichier condensateurs que le champ créé par un disque au voisinage de son centre était :

$$\vec{E}_{disque} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \vec{n}^+$$

Il en découle :

$$\vec{E}_{disque} = \vec{E}_{reste} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \vec{n}^+$$

Or si le champ électrique total n'est pas défini en M , mais dans son voisinage, le champ créé par le reste du conducteur l'est et vaut donc \vec{E}_{reste} . Le disque élémentaire est donc soumis à une force électrostatique $d\vec{f}$ exercée par le reste du conducteur, qui est :

$$d\vec{f} = \sigma dS \vec{E}_{reste} = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0} dS \vec{n}^+$$

Nous en déduisons donc la pression p exercée au point M :

$$p = \frac{\|d\vec{f}\|}{dS} = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0}$$

En résumé :

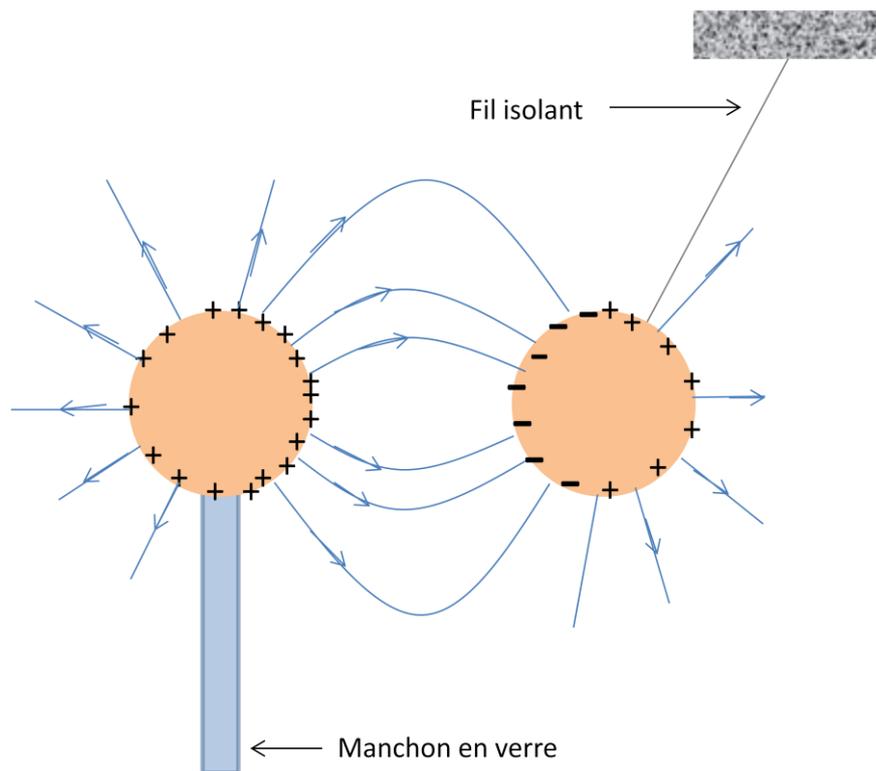
Tout point à la surface d'un conducteur chargé en équilibre électrostatique subit une pression électrostatique, dirigée de l'intérieur vers l'extérieur du milieu conducteur, et égale à :

$$p = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0}$$

La pression électrostatique permet, à notre sens, d'expliquer pour l'anode d'une pile, c'est-à-dire l'électrode négative, le fait qu'elle se désagrège. Si on la prend par exemple sous forme d'un cylindre de zinc plein, dans le cas d'une pile Daniel cuivre-zinc, l'électrode, privée par le circuit d'électrons qu'elle cherche à récupérer sur les ions de l'électrolyte, tend à se trouver chargée positivement à sa surface. La pression électrostatique ainsi créée, due à la fois aux charges positives apparaissant en surface de l'électrode mais aussi aux anions (ions chargés négativement de l'électrolyte), tend à projeter les ions zinc situé à la surface de l'électrode dans l'électrolyte, alors que du côté de l'électrode en cuivre, les ions cuivre de l'électrolyte viennent s'ajouter au réseau d'atomes de cuivre en s'appropriant des électrons libres de cette électrode au détriment du circuit (donc in fine de l'électrode de zinc).

V Influence électrostatique et décharge

Il nous est dès lors plus aisé d'interpréter les expériences d'influence électrostatique, comme lorsqu'on approche une sphère conductrice chargée, tenue par un manchon isolant en verre, d'une autre sphère non chargée, suspendue à un fil isolant, et que cette première l'attire, sans qu'il y ait besoin d'un contact. Plaçons-nous dans une situation d'équilibre, et visualisons qualitativement les lignes de champ, c'est-à-dire les courbes de l'espace en lesquelles le champ électrique est tangent en tout point.



Le phénomène de décharge électrostatique s'interprète alors aisément. Si la sphère chargée devient trop proche, les charges électriques situées en regard sur l'autre sphère, soumises à une trop forte pression électrostatique et étant mobiles, vont se libérer des atomes voisins auxquelles elles sont liées par d'incessantes interactions et suivre les lignes de champ pour neutraliser les charges de la première sphère. Au final la charge initiale de la sphère chargée se retrouvera équitablement répartie entre les deux sphères et ces dernières se repousseront.

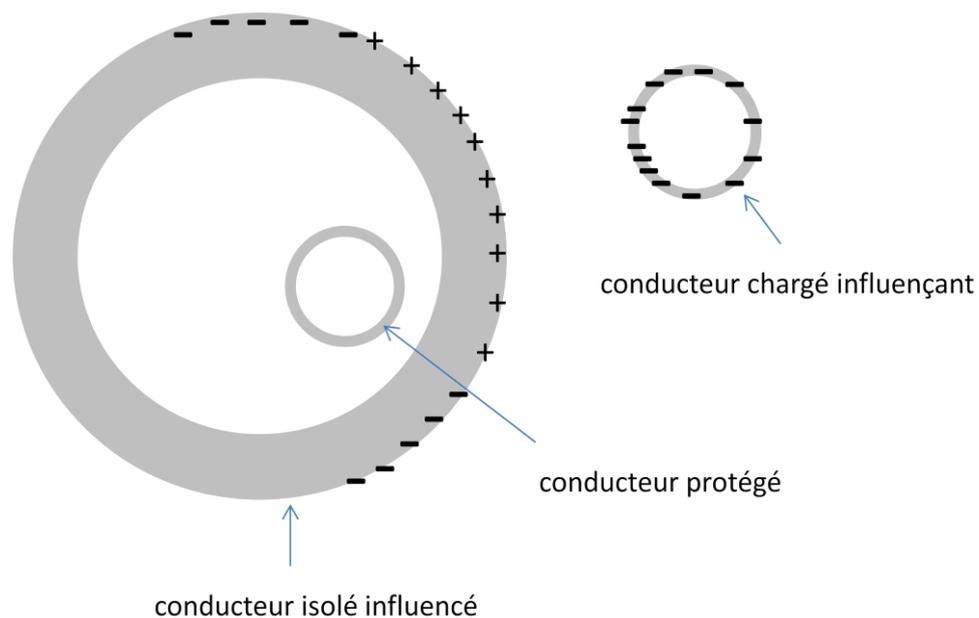
VI Ecrans électriques et cage de Faraday

1) Ecran de protection vis-à-vis de charges extérieures.

Nous avons vu que, dans le volume entouré par la surface externe S d'un conducteur en équilibre électrostatique ne contenant en creux aucun autre conducteur chargé, le champ électrique était nul et le potentiel constant.

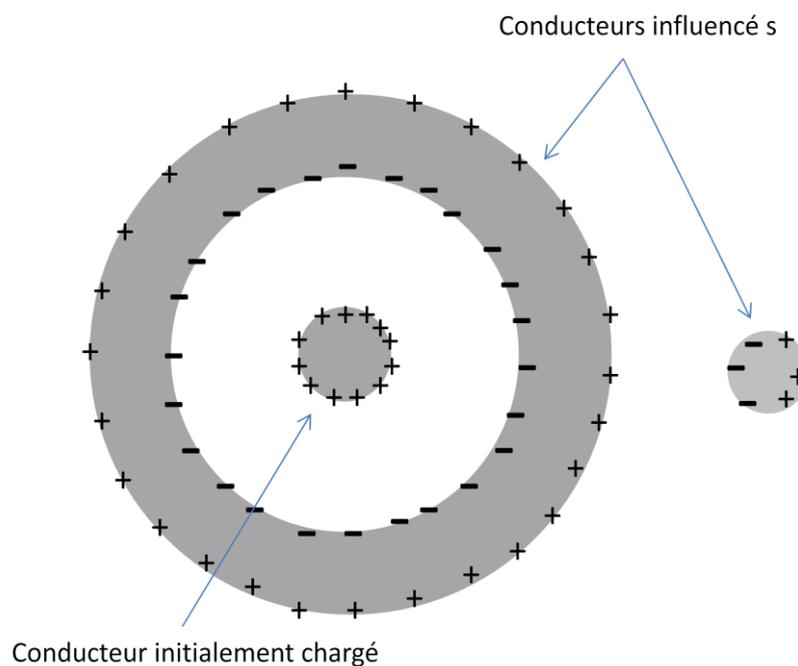
La surface externe d'un conducteur creux joue donc le rôle d'écran électrique pour le volume entouré par cette surface. Cela signifie, entre autres, que le champ électrique régnant dans ce volume et pouvant être produit par des charges disposées sur des conducteurs situés à l'intérieur mais isolés du premier, est indépendant de la distribution de charges extérieure au conducteur. C'est une conséquence du théorème de superposition et c'est le principe d'une cage de Faraday.

Illustrons le dans un cas simple, celui d'un conducteur sphérique contenant un autre conducteur sphérique. Quelque soit l'état électrique du premier conducteur, électrisé en surface par influence ou bien chargé, le conducteur interne n'acquiert aucune charge en surface.



C'est le principe des gaines métalliques entourant les câbles coaxiaux servant à transmettre les signaux électriques provenant d'une antenne, et ne devant pas être perturbés par d'autres signaux provenant d'autres sources. Le câble métallique intérieur est protégé, par la gaine faisant écran, des champs électrostatiques créés par des charges extérieures ainsi que des rayonnements électromagnétiques extérieurs.

En revanche, un conducteur chargé situé à l'intérieur d'un autre, influence l'état électrique de ce dernier et donc, de tout conducteur placé à l'extérieur, comme le montre l'exemple simple et intuitif de deux conducteurs sphériques concentriques.



D'ailleurs si on note Q la charge portée par la sphère située dans le conducteur creux sphérique, l'application du théorème de Gauss à une sphère de rayon r plus grand que le rayon extérieur du conducteur creux, donne, en l'absence de conducteur extérieur chargé, un champ électrique radial dirigé vers l'extérieur et de norme :

$$E(r) = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0} \times \frac{1}{r^2}$$

Soit, le même champ qu'en l'absence de conducteur creux. Ce dernier ne sert donc à rien en protection externe.

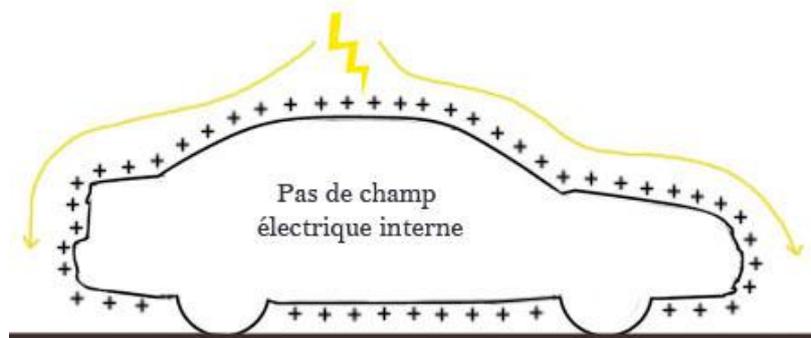
Quelques images trouvées sur le net en rapport avec le sujet

Une cage de Faraday : il vaut mieux ne pas être à l'extérieur



Une voiture faisant office de cage de Faraday :

Cage de Faraday



2) Ecran de protection vis-à-vis de charges intérieures

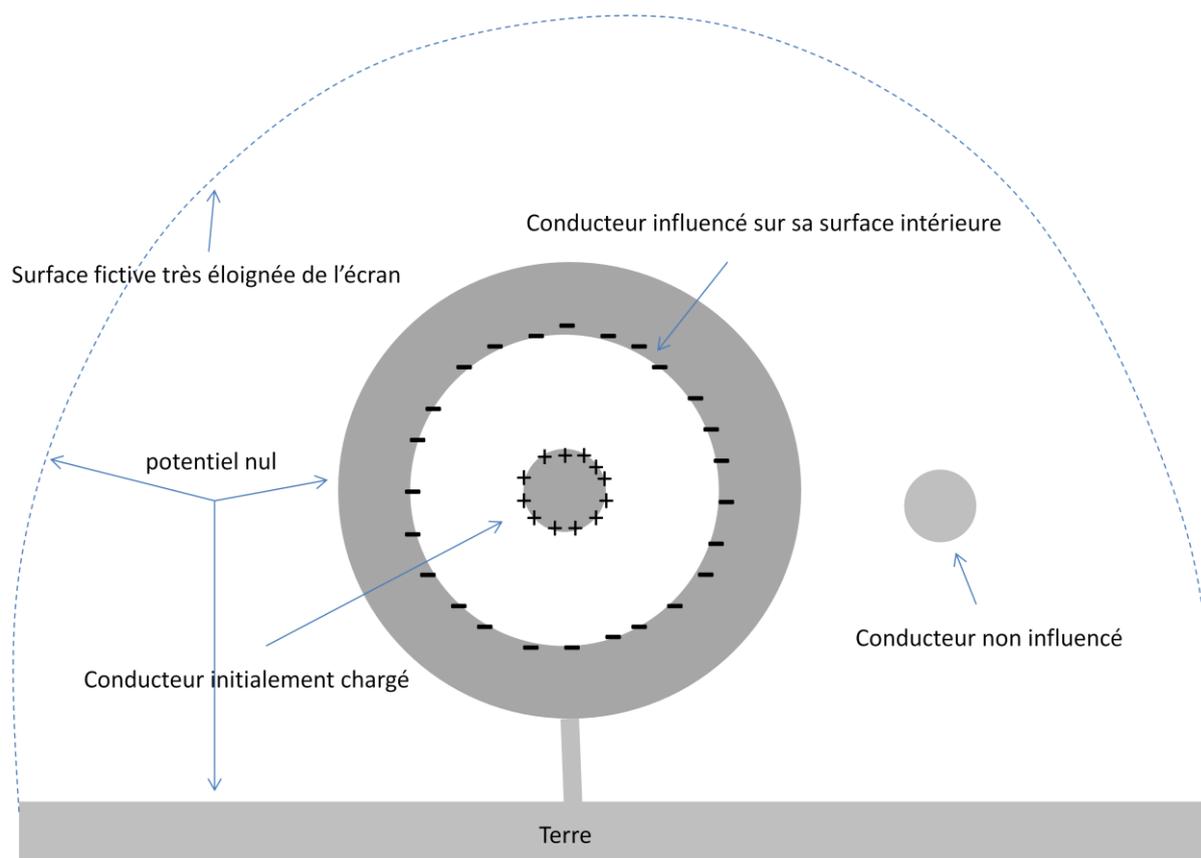
Pour éliminer l'influence du conducteur intérieur chargé de la figure précédente sur le conducteur extérieur, il faut relier le conducteur creux l'entourant à une source quasi inépuisable de charges qui est la Terre. Nous allons alors montrer que le conducteur intérieur chargé n'a alors plus d'influence sur le conducteur extérieur.

Notons $V(M)$ le potentiel électrostatique en un point M extérieur au conducteur creux. Ce dernier étant relié à la Terre, il forme avec cette dernière un même espace conducteur, donc équipotentiel.

Dans la suite, nous considérerons l'expression du potentiel créé par une charge ponctuelle en $1/r$, telle que le potentiel tend vers 0 en s'éloignant de la charge, c'est-à-dire sans constante ajoutée.

Notons alors que la Terre est un bon milieu conducteur, par la nature des minéraux qui la composent et la présence d'eau. Aussi, dès qu'une charge apparaît à un endroit, elle se trouve vite compensée, sinon la foudre laisserait des zones chargées après son passage, ce qui est très rarement le cas. **La surface de la Terre n'ayant pas de charges localisées à sa surface, a donc un potentiel nul.**

Couvrons alors par la pensée l'écran par une surface fictive en forme de cloche posée sur la Terre. En prenant cette surface loin des sources de charges, nous pouvons considérer qu'elle est à un potentiel nul, tout comme la surface de la Terre et la surface externe de l'écran.



Le volume situé entre cette surface, la surface externe du conducteur creux et la surface de la Terre est alors un volume compact exempt de charges à l'intérieur et dont la surface le délimitant est à un potentiel nul. Nous avons vu que le potentiel était alors nul dans ce volume.

Un conducteur placé à l'extérieur de l'écran n'est alors plus influencé par un conducteur chargé placé à l'intérieur.

Nous pouvons encore vérifier ce fait avec le théorème de Gauss dans le cas d'un conducteur creux sphérique contenant un conducteur également sphérique de même centre et chargé. Dans ce cas à une distance r de ce centre plus grande que le rayon extérieur du conducteur creux et en l'absence de conducteurs chargés extérieurs, le théorème de Gauss conduit à la nullité du champ électrique, la charge totale du conducteur compensant celle du conducteur intérieur, grâce à l'apport fait par la mise à la Terre.

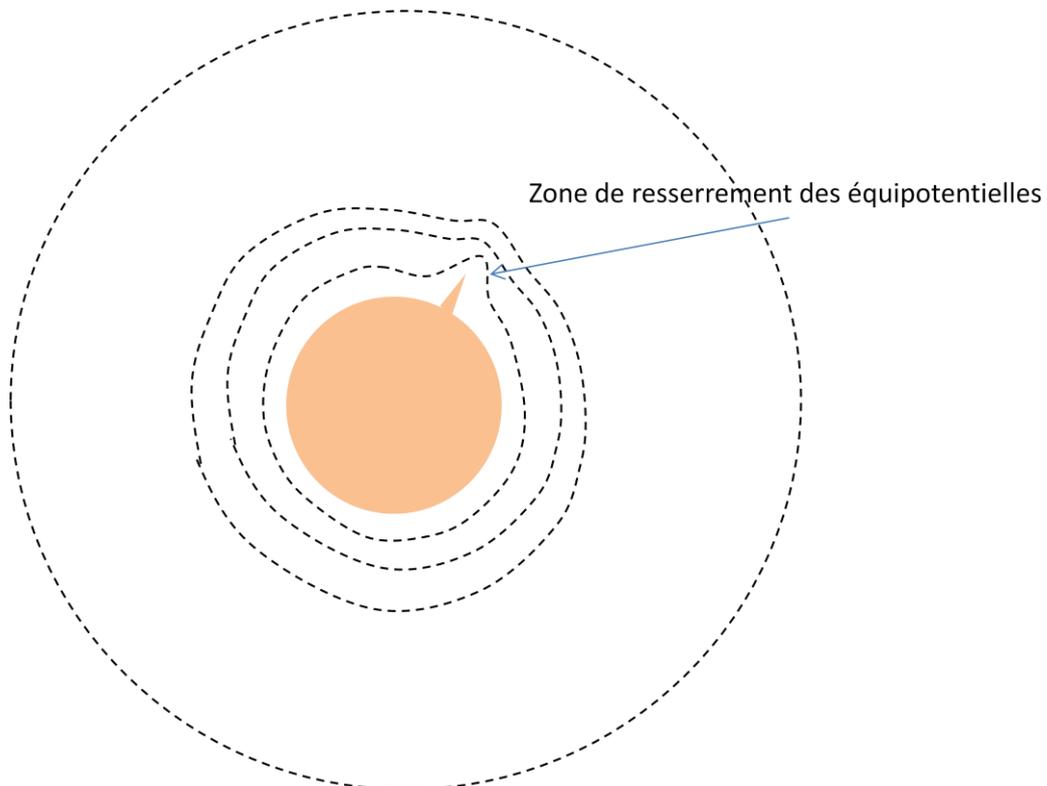
VII Effet de pointe

On ne peut parler d'électricité sans évoquer l'effet de pointe à l'origine du concept de paratonnerre pour capter la foudre. Voyons de quoi il en retourne d'un point de vue mathématique.

Considérons une sphère chargée portant une fine pointe dirigée vers l'extérieur à sa surface. Raisonnons sur les surfaces équipotentielles dont la surface de la sphère, pointe comprise, fait partie.

A distance de la sphère, cette dernière se comporte comme une charge ponctuelle et les équipotentiels sont des sphères centrées sur son centre. Ces sphères vont donc se déformer en se rapprochant de la sphère chargée pour pouvoir épouser sa forme qui n'est plus sphérique.

La distance entre deux équipotentiels va devoir se rapprocher près de la pointe comme le montre la figure, créant un fort gradient de potentiel, donc un fort champ électrique dans ce voisinage.

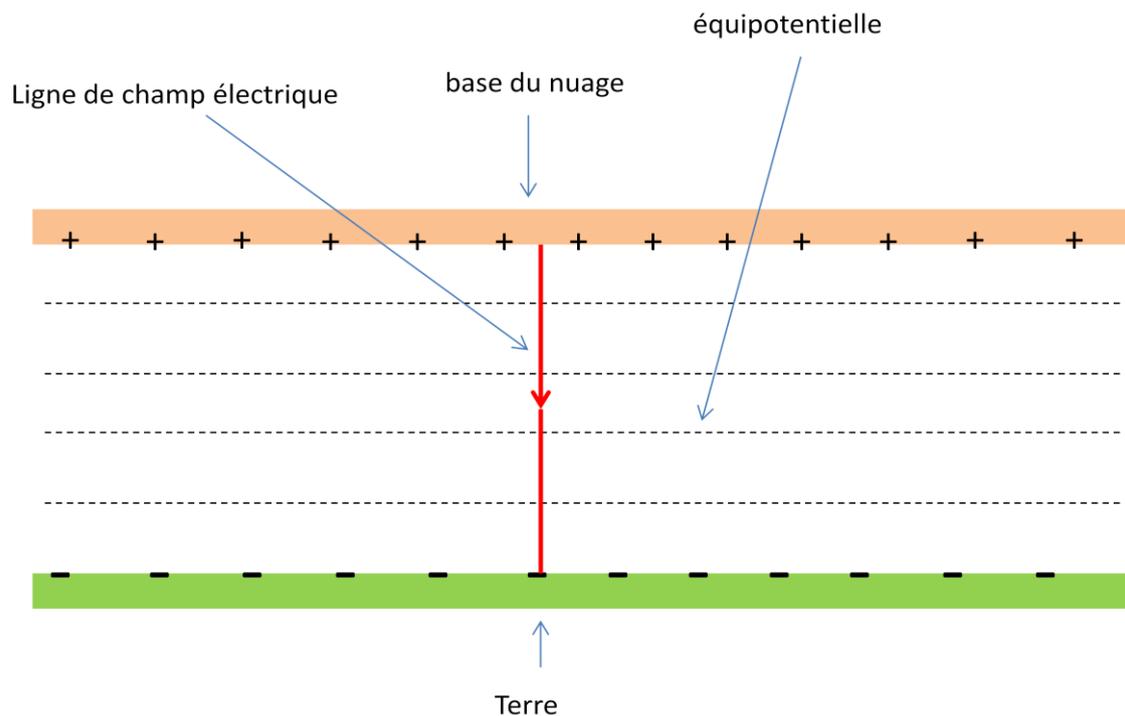


Nous pouvons dès lors terminer par le principe du paratonnerre. La foudre est la conséquence de la décharge d'un nuage chargé à sa base, nous supposons par exemple, positivement.

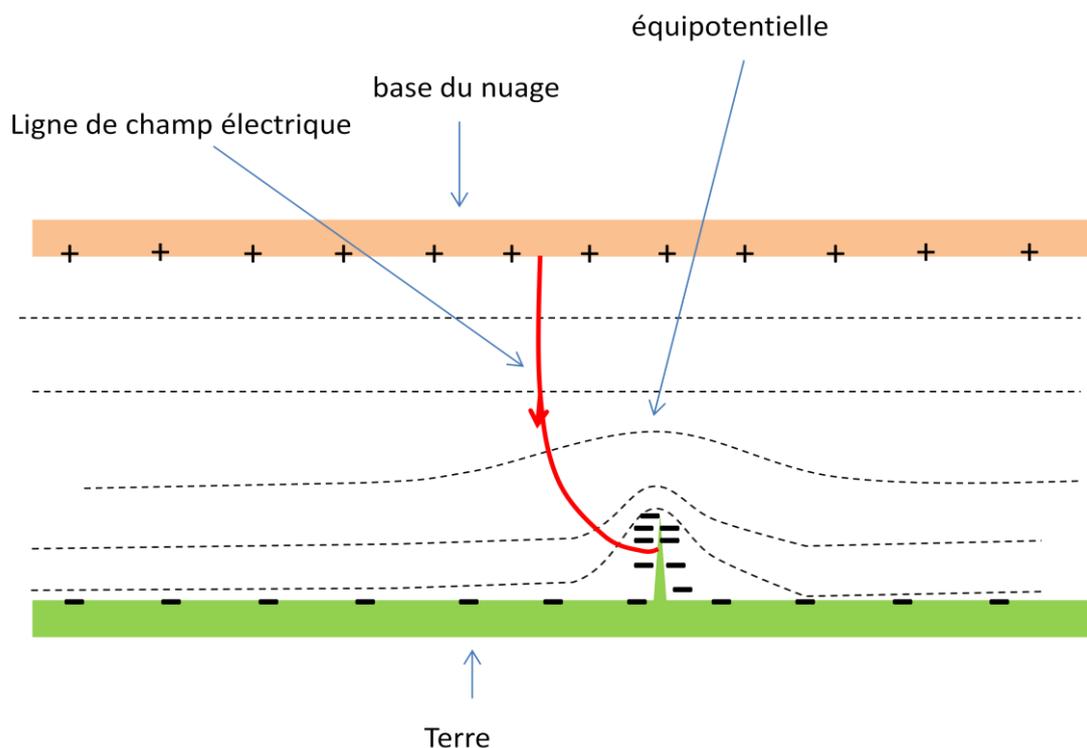
On peut modéliser le mécanisme par un système condensateur plan. Sous un effet appelé effet Corona, l'air devient ionisé près du nuage et un chemin conducteur zigzaguant s'établit rapidement depuis le nuage jusqu'au sol. La décharge produisant l'éclair suit.

Voyons alors l'action d'un paratonnerre représenté par une pointe dressée verticalement sur l'armature négative qui est la Terre.

En l'absence de paratonnerre, les deux armatures planes que représentent la base du nuage et la surface de la Terre en regard sont des surfaces équipotentiellles. La Terre est au potentiel nul et le nuage peut être à un potentiel allant jusqu'à la centaine de milliers de volts. Les équipotentiellles entre les deux armatures seront des surfaces planes parallèles aux armatures de ce condensateur géant.



Si on introduit une pointe, les équipotentiels vont devoir se déformer pour pouvoir épouser la forme de la surface de la Terre et de la surface de la pointe, ce qui va créer un fort resserrement des équipotentiels au voisinage de la pointe et donc un fort gradient de potentiel. Le champ électrique sera donc plus important au voisinage de la pointe qu'ailleurs sur le sol. Le chemin ionisé suivra naturellement les lignes de champ électrique créant un chemin conducteur jusqu'à la pointe. L'éclair suivra, déversant son intensité à travers cette pointe.



Voilà pourquoi il ne faut pas rester à côté d'un arbre, surtout s'il est pointu en cas d'orage, ou même rester debout, si on se trouve sur une surface plate, et encore pire, en hauteur. Et que dire de la pointe du piolet d'un alpiniste en cas d'orage.

« Evitons donc par toute pointe, de se faire pointer par un éclair ravageur »

Quelques images collectées encore sur le net :

Machine tournant toute seule, sous l'effet d'un « vent électrique »



Principe : Les pointes chargées par une machine électrostatique produisent dans leur voisinage de forts champs électriques capables d'ioniser les molécules d'air qui les environnent. Si les pointes sont chargées positivement par exemple, les ions positifs ainsi créés dans l'air et les pointes se repoussent par interaction électrostatique, ce qui met ces dernières en mouvement et produit la rotation du dispositif.

Feux de Saint Elme en haut du mât d'un bateau

