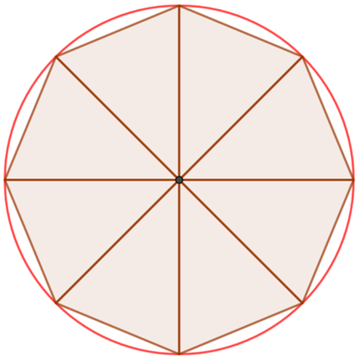
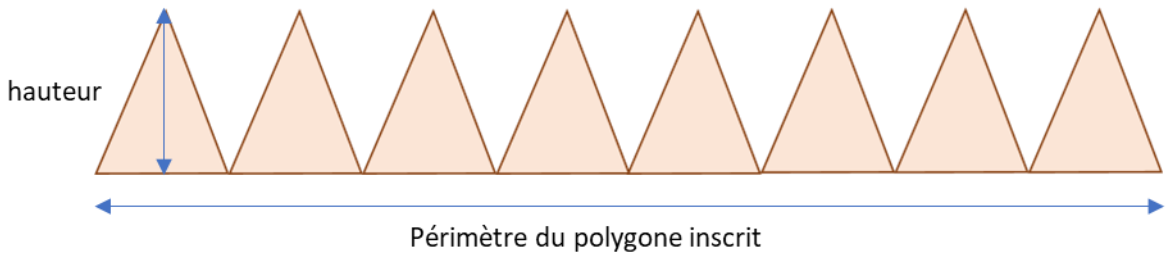
***Aire d'un disque***

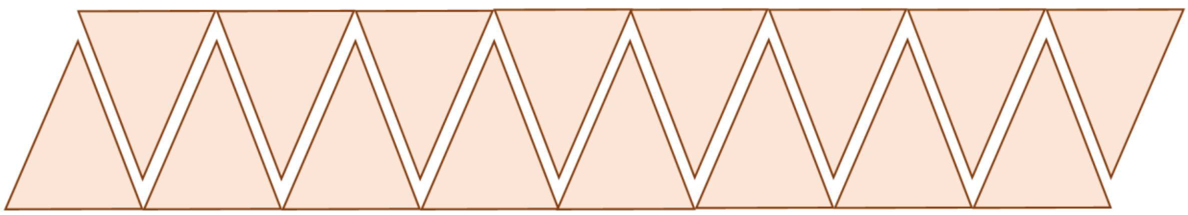
Considérons un disque de rayon $R$ et inscrivons un polygone régulier. Dans l'exemple ci-dessous, nous avons inscrit un polygone à 8 huit côtés, à savoir un octogone régulier.



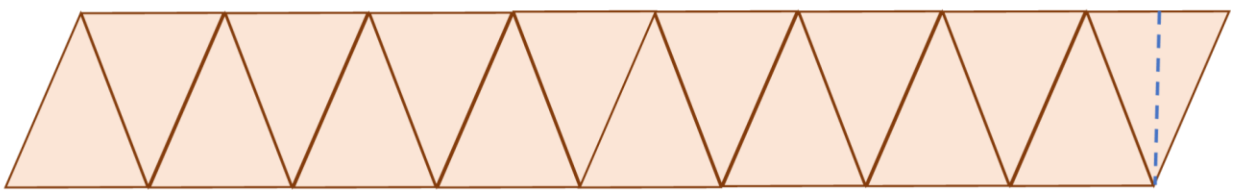
Evaluons l'aire de ce polygone en le déroulant comme ci-dessous :



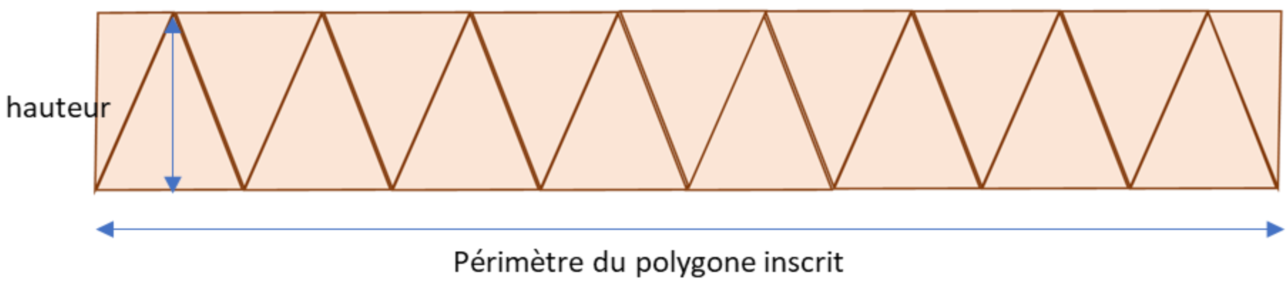

Complétons cette figure à l'aide d'une figure identique que l'on vient emboiter par-dessus.



Afin de former un parallélélogramme.



Puis coupons une moitié du dernier triangle de droite et plaçons là pour compléter le premier triangle de gauche comme suit :




Nous obtenons alors un rectangle dont l'aire est le double de celle du polygone. Or l'aire du rectangle est égale au produit du périmètre du polygone inscrit par la hauteur d'un des triangles. Donc l'aire du polygone inscrit est :

$$\text{Périmètre du polygone inscrit} \times \text{hauteur d'un triangle} : 2$$

Notons alors que plus le polygone inscrit a de côtés (ou de sommets), plus le périmètre du polygone inscrit est proche du périmètre du cercle idéal entourant le disque et dont la longueur est égale à :

$$2 \times \pi \times \text{rayon}$$

et plus la hauteur d'un triangle se rapproche du rayon du cercle donc plus l'aire du polygone se rapproche de la valeur donnée par la formule :

$$\text{Périmètre du cercle} \times \text{rayon} : 2$$

Soit encore :

$$2 \times \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} : 2$$

ou encore :

$$\pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$$

**<u>Conclusion :</u> L'aire d'un disque de rayon $R$ est donnée par la formule :**

$$\boldsymbol{\pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} = \pi \times R \times R = \pi R^2}$$